Dérivabilité d'une fonction. Fonction dérivées. 3ème Techniques

Dans tous les exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x - 2$

1) Montrer que la fonction f est dérivable en 1,et déterminer $f'(1)$.
2) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 1.
3) Donner une approximation affine de $f(0{,}99)$.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\langle -2\rangle$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ et soit C_f sa courbe représentative.

1) Montrer que la fonction f est dérivable en -1, et déterminer $f'(-1)$.
2) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse -1.
3) Donner une approximation affine de $f(-1{,}002)$.

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $[3, +\infty[$ par ; $f(x) = \sqrt{x-3}$

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 3.
   b) Interpréter le résultat graphiquement.
1) Montrer que la fonction f est dérivable en 4, et déterminer $f'(4)$.
2) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 4.
3) Donner une approximation affine de $f(4{,}002)$.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $[-2, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+2}$

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en -2.
   b) Interpréter le résultat graphiquement.
2) a) Montrer que f est dérivable en 2.
   b) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 2.
3) Donner une approximation affine de $f(2{,}001)$.

Exercice 5

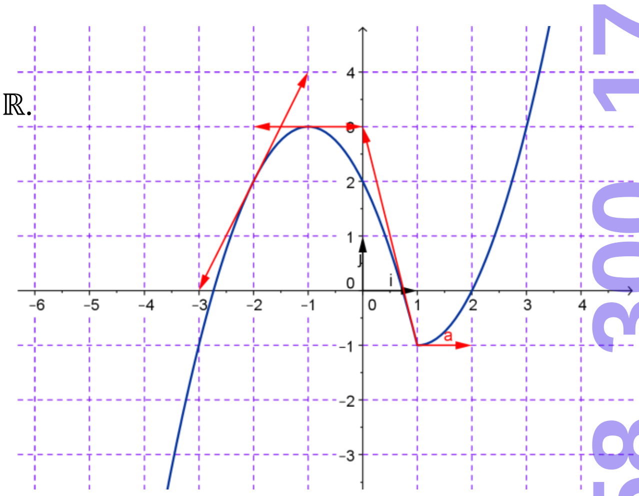
Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + x & si \quad x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x}{x-1} & si \quad x < 0 \end{cases}$ et soit C_f sa courbe représentative.

1) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.
2) a) Etudier la dérivabilité de f en 0.
   b) Interpréter le résultat graphiquement.
3) a) Montrer que f est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$.
   b) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

4) Soit A un point de C_f d'abscisse x_0 et soit T la tangente à C_f en A. Déterminer le point A pour que T soit parallèle à la droite Δ: $y = 3x + 1$.

Exercice 6

Le graphique ci-contre représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1) Déterminer graphiquement $f(1)$; $f'(-2)$ et $f'(-1)$

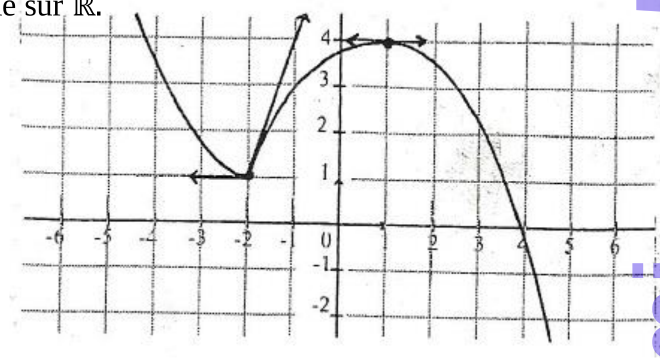
2) La fonction f est-elle dérivable à droite en 1, à gauche en 1 et en 1?

3) Déterminer graphiquement $\lim\limits_{x\to 1^-} \frac{f(x)+1}{x-1}$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} \frac{f(x)+1}{x-1}$

4) Déterminer le domaine de dérivabilité de f.

Exercice 7

Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1) La fonction f est-elle dérivable en -2 ?

2) Déterminer graphiquement $f_g'(-2)$; $f_d'(-2)$ et $f'(1)$

3) Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 8

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3x}{2x-1}$ On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$, et que pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$; $f'(x) = \frac{-3}{(2x-1)^2}$

2) Soit la droite Δ: $y = -3x$.

   a) Montrer qu'il existe deux tangentes T_1 et T_2 à C_f parallèles à la droite Δ.

   b) Donner une équation cartésienne de chacune des tangentes T_1 et T_2

3) Existe-t-il des tangentes à C_f passant par le point $A(2, 0)$?

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{2x+2}{1-x} & si \;\; x \leq -1 \\ f(x) = x^2 + 3x + 2 & si \;\; x > -1 \end{cases}$ et soit C_f sa courbe représentative.

1) Montrer que f est continue en -1.

2) a) Etudier la dérivabilité de f en -1.

   b) Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse -1.

3) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

4) Existent-ils des points de C_f où la tangente est parallèle à la droite : Δ: $y = \frac{1}{4}x - 1$? Si oui préciser leurs coordonnés.