Lycée pilote 15 octobre 1963-Bizerte **Mme Bayoudh**

Correction du devoir de contrôle n°1 **2ème Sc6**

Exercice 1

1) **Faux** en effet :si $0 < x < 1$ alors $x^2 < x < \sqrt{x}$

et $0 < 4-\pi < 1$ alors $(4-\pi)^2 < 4-\pi < \sqrt{4-\pi}$.

2) **Faux** en effet : $\Delta = 81 - 84 < 0$ alors l'équation n'a pas de racines.

3) **Vrai** en effet : l'équation est définie sur $[2,+\infty[$

Sur $[2,+\infty[$, l'équation est équivalente à $x - 2 < 9$ éq $x < 11$ d'où $S_{IR} = [2,11[$

Exercice 2

1) a/ 1 est une racine de (E) éq $1 + m^2 - 7 + m = 0$ éq $m^2 + m - 6 = 0$

$\Delta = 1 + 24 = 25 > 0$ alors $m' = \frac{-1-5}{2} = -3$ et $m'' = \frac{-1+5}{2} = 2$

b/ Si 1 est une racine de (E) alors la deuxième racine est $\frac{m}{1}$

Ainsi si $m = -3$ alors $S_{IR} = \{1,-3\}$ et si $m = 2$ alors $S_{IR} = \{1,2\}$.

2) Pour que (E) admette deux racines inverses (dont le produit égale 1) il faux que $m = 1$.

Or pour $m = 1$, l'équation devient $x^2 - 6x + 1 = 0$ dont le discriminant $\Delta = 32 > 0$

Alors pour $m = 1$, l'équation (E) admet deux racines inverses.

Exercice 3

1) a/ $A^2 = \left(\sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{8+2\sqrt{15}}\right)^2$

$= 8 - 2\sqrt{15} + 8 + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{(8-2\sqrt{15})(8+2\sqrt{15})}$

$= 16 - 2\sqrt{64-60} = 12$

A étant négatif alors $A = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$

b/ $7 + 4\sqrt{3} = 2^2 + 2 \times 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = (2+\sqrt{3})^2$

d'où $B = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}| = 2 + \sqrt{3}$

alors $A + 2B = -2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} = 4$. Donc $A + 2B$ est un entier .

2) a/ $x \in [1,2]$ éq $1 \le x \le 2$ éq $x - 1 \ge 0$ et $x - 2 \le 0$

alors $|x-1| = x - 1$ et $|x-2| = 2 - x$

d'où $E = x(x-1) + 3(2-x) = x^2 - 4x + 6$

b/ $x^2 - 4x + 6 = (x-2)^2 - 4 + 6 = (x-2)^2 + 2 \ge 2$

Ainsi pour tout $x \in [1,2]$, $x|x-1| + 3|x-2| \ge 2$.

Exercice 4

Soit G le centre de gravité du triangle ACE alors $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$

Mq G est aussi le centre de gravité du triangle BDE

1ère méthode : $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{GE}$

$= \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$

2ème méthode : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{GI}$

Donc $2\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$

D'autre part $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{GE} = 2\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$.

Alors les triangles ACE et BDE ont le même centre de gravité.

Exercice 5

1) a/ $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} a-3 \\ 2a-6 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

$dét(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AB}) = -6(a-3) + 3(2a-6) = -6a + 18 + 6a - 18 = 0$

$\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéres alors $H \epsilon (AB)$.

b/ $\overrightarrow{OH}\begin{pmatrix} a \\ 2a-5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ équivaut $-3a - 6(2a-5) = 0$ équivaut $-15a + 30 = 0$

Pour $a = 2$ les droites (OH) et (AB) sont perpendiculaires.

2) a/ H(2,-1) (Pour $a = 2$)

$\overrightarrow{HA}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HO}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

On a $\overrightarrow{HO} \perp \overrightarrow{AB}$ et $H \epsilon (AB)$ alors $\overrightarrow{HO} \perp \overrightarrow{HA}$

D'où la base $(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{HO})$ est orthogonale.

Or $HA = HO = \sqrt{5} \neq 1$ alors la base $(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{HO})$ n'est pas orthonormée.

b/ Soit $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ le couple de composantes du vecteur $\overrightarrow{OB}$ dans la base $(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{HO})$.

$\overrightarrow{OB} = x\overrightarrow{HA} + y\overrightarrow{HO}$ équivaut $\begin{cases} 0 = x - 2y \\ -5 = 2x + y \end{cases}$ équivaut $\begin{cases} 0 = x - 2y \\ -10 = 4x + 2y \end{cases}$

équivaut $\begin{cases} 5x = -10 \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$ équivaut $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

Donc $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ dans la base $(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{HO})$