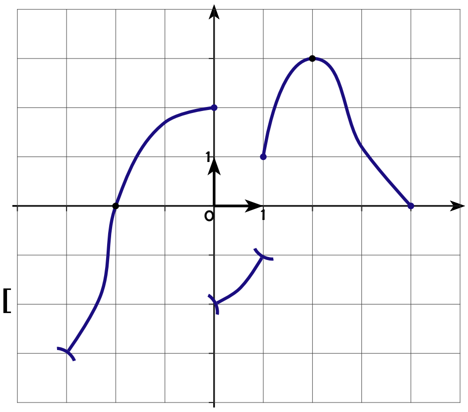
Exercice n°1

Ci-contre on a tracé la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]-3,4]$.
Par lecture graphique répondre au questions suivantes :

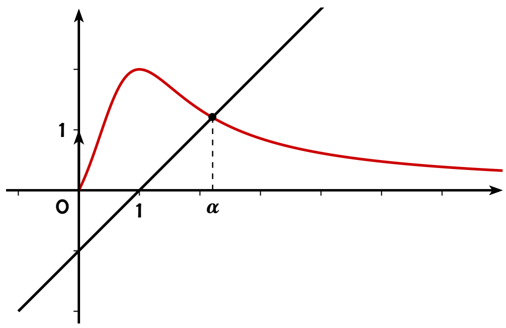


1. Donner les intervalles sur lesquels f est continue.
2. Donner un majorant et un minorant de f s'ils existent.
3. Donner s'il existe le maximum ou le minimum de f.
4. Résoudre l'équation $f(E(x)) = 2$ et l'inéquation $E(f(x)) \leqslant 0$.
5. Donner les images des intervalles suivants par f : $]-3,0]$, $]0,1[$ et $]-3,4[$.
6. On pose $g(x) = |f(x)|$.
   (a) Tracer la courbe de g.
   (b) g est-elle continue en 0 ?
7. On pose $h(x) = \dfrac{1}{\sqrt{g(x)}}$.
   (a) Préciser l'ensemble de définition de h.
   (b) Donner les intervalles sur lesquels h est continue.

Exercice n°2

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 - x + 1}$.

On a représenté ci-contre la courbe de la fonction f ainsi que la droite $\Delta : y = x - 1$.



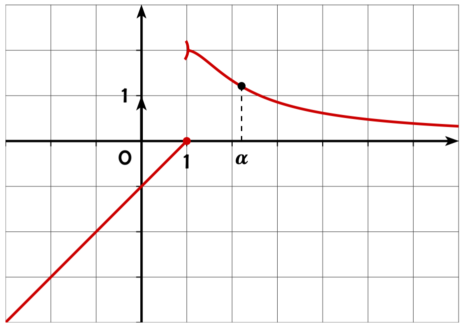
1. (a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x - 1$.
   (b) En déduire que α est l'unique solution dans $[0,+\infty[$ de l'équation $x^3 - 2x^2 - 1 = 0$.
   (c) Montrer que $2,21 < \alpha < 2,22$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x > 1 \\ g(x) = x - 1 & \text{si } x \leqslant 1 \end{cases}$

On a tracé ci-contre la courbe de la fonction g.
Par lecture graphique :

(a) Etudier la continuité de g en 1.

(b) Déterminer, graphiquement :

$$g(\mathbb{R}) \text{ et } g(]-\infty,\alpha[).$$



Exercice n°3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $|x| - \sqrt{x^2+1}$.

1. (a) Montrer que pour tout réel x on a : f(x) = $\frac{-1}{|x|+\sqrt{x^2+1}}$.
   (b) Montrer que pour tout réel x on a : $-1 \leq f(x) < 0$.
   (c) -1 est-il un minimum de f sur $\mathbb{R}$? 0 est-il un maximum de f sur $\mathbb{R}$? Justifier .
2. (a) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.
   (b) Montrer que l'équation : f(x) = $-\sqrt{x}$ admet au moins une solution α dans $\left[0,1\right]$.
   (c) En déduire que $\sqrt{\alpha^3+\alpha} = \frac{\alpha+1}{2}$.

Exercice n°4

Soit g la fonction définie sur $]-\infty,1]$ par g(x) =$x = \frac{1}{2-x} - \sqrt{1-x}$.

1. Montrer que g est continue sur $]-\infty,1]$.
2. Montrer que g est strictement croissante sur $]-\infty,1]$.
3. (a) Montrer que l'équation : g(x) = 0 admet une unique solution α dans l'intervalle $[0,1]$.
   (b) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,5 .
   (c) Donner le signe de g sur $\mathbb{R}$.
   (d) Vérifier que α vérifie l'équation : $\alpha^3 - 5\alpha^2 + 8\alpha - 3 = 0$.

Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $|x| - \sqrt{x^2+1}$.

1. (a) Montrer que pour tout réel x on a : f(x) = $\frac{-1}{|x|+\sqrt{x^2+1}}$.
   (b) Montrer que pour tout réel x on a : $-1 \leq f(x) < 0$.
   (c) -1 est-il un minimum de f sur $\mathbb{R}$? 0 est-il un maximum de f sur $\mathbb{R}$? Justifier .
2. (a) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.
   (b) Montrer que l'équation : f(x) = $-\sqrt{x}$ admet au moins une solution α dans $\left[0,1\right]$.
   (c) En déduire que $\sqrt{\alpha^3+\alpha} = \frac{\alpha+1}{2}$.