Exercice 1

1) Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x-1} & si \quad x \neq 1 \\ f(1) = 4 \end{cases}$$

étudier la continuité de f en 1

2) Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4} & si \quad x \neq 4 \\ f(4) = 2 \end{cases}$$

étudier la continuité de f en 4

3) Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2+x-6}{x+2} & si \quad x \neq -2 \\ f(-2) = -7 \end{cases}$$

étudier la continuité de f en -2

4) Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-x}{\sqrt{2x^2+2}-2} & si \quad x \neq 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

étudier la continuité de f en 2

Exercice 2

1) Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+3x}{x^2+4x} & si \quad x > 0 \\ f(x) = \frac{\sqrt{-3x+4}-2}{x} & si \quad x < 0 \\ f(0) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

étudier la continuité de f à gauche et à droite en 0.

2) Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2-3x-2}{x-2} & si \quad x < 2 \\ f(x) = \sqrt{2x^2+1} + x & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

étudier la continuité de f à gauche et à droite en 2.

La fonction f est-elle continue en 2 ?

3) Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+2} & si \quad x > 0 \\ f(x) = x^2 - 3x + \frac{3}{2} & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

étudier la continuité de f à gauche et à droite en 0.

La fonction f est-elle continue en 0 ?

Exercice 3

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2x+1 & si \quad x \geq 1 \\ f(x) = x-1 & si \quad 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \dfrac{x+1}{x-1} & si \ x < 0 \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de f en 0

2) Etudier la continuité de f en 1

3) a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,,0[\,;\,]0\,,1[$ et $]1\,,+\infty[$

b) Déduire le domaine de continuité de f

4) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x^2-4} & si \ x \in [2\,,+\infty[\\ f(x) = \frac{x^2+3x-4}{x^2-3x+2} & si \ x \in \,]-\infty\,,2[\backslash\{1\} \\ f(1) = a \end{cases}$$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Calculer :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ $\lim\limits_{x\to3} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) a) Etudier la limite de f en 2

b) f est-elle continue en 2

4) Déterminer le réel a pour que f soit continue en 1

Exercice 5

Soit f la fonction définie par :

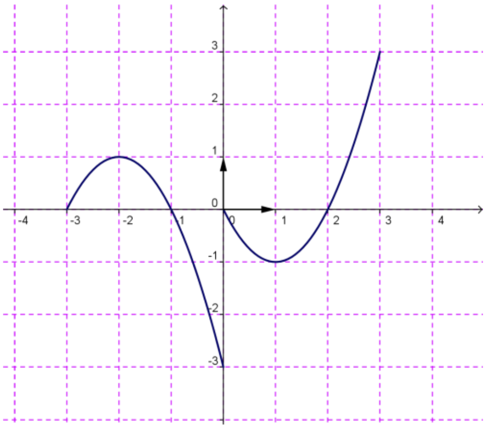
$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & si \quad x < 0 \\ f(x) = \dfrac{3x}{x+1} & si \ x \geq 0 \end{cases}$$

1) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

2) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Exercice 6

On a représenté ci-dessous la courbe C_f d'une fonction f définie sur $[-3\,,3]$



1) Déterminer le domaine de continuité D_c de la fonction f

2) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$

3) Déterminer $f([-3\,,2[)$ et $f([0\,,3])$

4) Soit la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{f(x)}$déterminer le domaine de continuité $D_{c'}$ de la fonction g

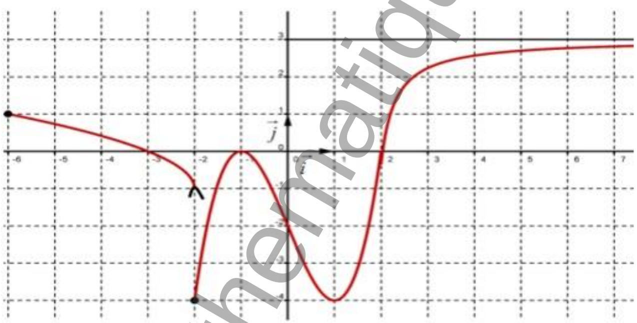
5) Soit la fonction h définie par $h(x) = |f(x)|$

a) Déterminer le domaine de continuité $D_{c''}$ de la fonction h

b) Tracer la courbe C_h de la fonction h

Exercice 7

On a représenté ci-dessous la courbe C_f d'une fonction f définie sur $[-6\,,+\infty[$



1) a) Déterminer le domaine de continuité D_c de la fonction f.

b) Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution sur $[-1\,,1]$.

c) Déterminer le nombre de solution de l'équation $f(x) = -1$ pour tout $x \in [-6\,,+\infty[$.

2) Répondre par Vrai ou Faux aux propositions suivantes.

a) Le réel 3 est le maximum de f sur $[-6\,,+\infty[$.

b) La fonction f admet un minimum sur $[-6\,,+\infty[$ en -2.

c) La restriction de f à $[-6\,,2]$ admet un maximum en -6.

3) Déterminer $f([-6\,,+\infty[)$

4) a) Résoudre dans $[-6\,,+\infty[$ l'inéquation $f(x) > 0$.

b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

Exercice 8

Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{-2x+6}-2}{x-1} & si \quad x < 1 \\ f(x) = \dfrac{x^2-x-1}{2x+1} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$

1) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,,1[$ et $]1\,,+\infty[$

2) Etudier la continuité de f en 1

3) En déduire le domaine de continuité de f

Exercice 9

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} & si \quad x > 3 \\ \dfrac{x^2-x-2}{-x+4} & si \quad x \leq 3 \end{cases}$$

1) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,,3[$ et $]3\,,+\infty[$

2) Etudier la continuité de f en 3

3) En déduire le domaine de continuité de f.