

**Exercice 1**

1) Soit  $f$  la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = 4 \end{cases}$$

étudier la continuité de  $f$  en 1

2) Soit  $f$  la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4} & \text{si } x \neq 4 \\ f(4) = 2 \end{cases}$$

étudier la continuité de  $f$  en 4

3) Soit  $f$  la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2+x-6}{x+2} & \text{si } x \neq -2 \\ f(-2) = -7 \end{cases}$$

étudier la continuité de  $f$  en  $-2$

4) Soit  $f$  la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2-x}{\sqrt{2x^2+2}-2} & \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

étudier la continuité de  $f$  en 2

**Exercice 2**

1) Soit  $f$  la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+3x}{x^2+4x} & \text{si } x > 0 \\ f(x) = \frac{\sqrt{-3x+4}-2}{x} & \text{si } x < 0 \\ f(0) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

étudier la continuité de  $f$  à gauche et à droite en 0.

2) Soit  $f$  la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2-3x-2}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ f(x) = \sqrt{2x^2+1} + x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

étudier la continuité de  $f$  à gauche et à droite en 2.

La fonction  $f$  est-elle continue en 2 ?

3) Soit  $f$  la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+2} & \text{si } x > 0 \\ f(x) = x^2 - 3x + \frac{3}{2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

étudier la continuité de  $f$  à gauche et à droite en 0.

La fonction  $f$  est-elle continue en 0 ?

**Exercice 3**

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2x + 1 & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = x - 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \frac{x+1}{x-1} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de  $f$  en 0

2) Etudier la continuité de  $f$  en 1

3) a) Montrer que  $f$  est continue sur chacun des intervalles  $]-\infty, 0[$ ;  $]0, 1[$  et  $]1, +\infty[$

b) Dédurre le domaine de continuité de  $f$

4) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**Exercice 4**

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4} & \text{si } x \in [2, +\infty[ \\ f(x) = \frac{x^2+3x-4}{x^2-3x+2} & \text{si } x \in ]-\infty, 2[ \setminus \{1\} \\ f(1) = a \end{cases}$$

1) Déterminer le domaine de définition de  $f$

2) Calculer :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

3) a) Etudier la limite de  $f$  en 2

b)  $f$  est-elle continue en 2

4) Déterminer le réel  $a$  pour que  $f$  soit continue en 1

**Exercice 5**

Soit  $f$  la fonction définie par :

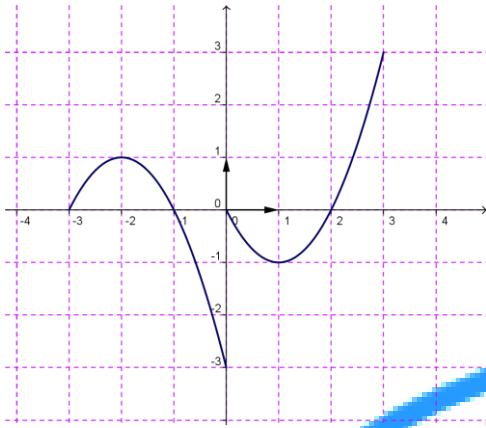
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \frac{3x}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1) Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$

2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**Exercice 6**

On a représenté ci-dessous la courbe  $C_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $[-3, 3]$

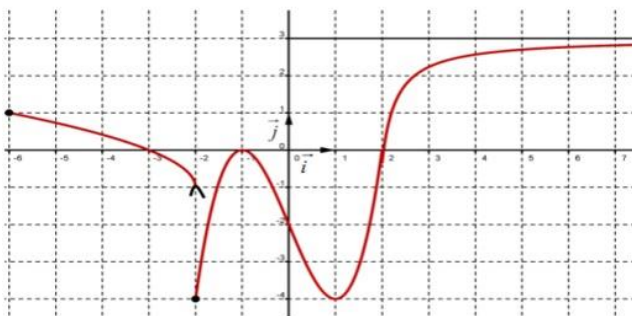


- 1) Déterminer le domaine de continuité  $D_c$  de la fonction  $f$
- 2) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$
- 3) Déterminer  $f([-3, 2])$  et  $f([0, 3])$
- 4) Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  déterminer le domaine de continuité  $D_c$  de la fonction  $g$

- 5) Soit la fonction  $h$  définie par  $h(x) = |f(x)|$ 
  - a) Déterminer le domaine de continuité  $D_c$  de la fonction  $h$
  - b) Tracer la courbe  $C_h$  de la fonction  $h$

### Exercice 7

On a représenté ci-dessous la courbe  $C_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $[-6, +\infty[$



- 1) a) Déterminer le domaine de continuité  $D_c$  de la fonction  $f$ .
- b) Montrer que l'équation  $f(x) = -2$  admet une unique solution sur  $[-1, 1]$ .

c) Déterminer le nombre de solution de l'équation  $f(x) = -1$  pour tout  $x \in [-6, +\infty[$ .

- 2) Répondre par Vrai ou Faux aux propositions suivantes.

- a) Le réel 3 est le maximum de  $f$  sur  $[-6, +\infty[$ .
- b) La fonction  $f$  admet un minimum sur  $[-6, +\infty[$  en  $-2$ .
- c) La restriction de  $f$  à  $[-6, 2]$  admet un maximum en  $-6$ .

3) Déterminer  $f([-6, +\infty[)$

4) a) Résoudre dans  $[-6, +\infty[$  l'inéquation  $f(x) > 0$ .

b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

### Exercice 8

Soit  $f$  la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{-2x+6}-2}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^2-x-1}{2x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) Montrer que  $f$  est continue sur chacun des intervalles  $]-\infty, 1[$  et  $]1, +\infty[$
- 2) Etudier la continuité de  $f$  en 1
- 3) En déduire le domaine de continuité de  $f$

### Exercice 9

Soit  $f$  la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2} & \text{si } x > 3 \\ \frac{x^2-x-2}{-x+4} & \text{si } x \leq 3 \end{cases}$$

- 1) Montrer que  $f$  est continue sur chacun des intervalles  $]-\infty, 3[$  et  $]3, +\infty[$
- 2) Etudier la continuité de  $f$  en 3
- 3) En déduire le domaine de continuité de  $f$ .