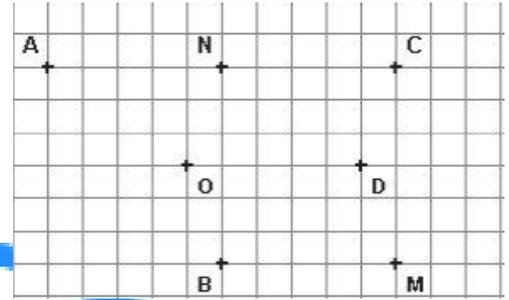


Exercice 1

Compléter les quatre égalités ci-contre

$$\overrightarrow{OD} = \dots \overrightarrow{ON} \quad \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{BA} \quad \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{NC} = \dots$$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \dots$$



Exercice 2

Soit ABC un triangle et soient les points M et N vérifiant : $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

- 1) Montrer que $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.
- 2) Soient les points I et J vérifiant : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
 - a) Montrer que $(MI) \parallel (BJ)$ et que $(NI) \parallel (CJ)$.
 - b) Montrer que \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AJ} sont colinéaires.
 - c) En déduire que les points A, I et J sont alignés.

Exercice 3

Soit ABC un triangle.

- 1) a) Construire les points M et N définies par : $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
 - b) Montrer \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires.
 - b) En déduire que $(MN) \parallel (BC)$.
- 2) Soit P le milieu de [BC] et G le milieu de [MN].
 - a) Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AP}$.
 - b) Que représente le point G pour le triangle ABC.
- 3) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme et soit Q le milieu de [CD].

Montrer que $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Exercice 4

Soit ABC un triangle quelconque et les points G et E définis par $\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$.

- 1) a) Ecrire \overrightarrow{AG} à l'aide de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}
 - b) Faire une figure.
- 2) a) Montrer que $3\overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC} = \vec{0}$
 - b) En déduire que les points A, E et G sont alignés
 - c) Déterminer l'ensemble \mathcal{T} des points M tel que $\|3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 10$
- 3) Soit le point I défini par $\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$
 - a) Montrer que le point I est le milieu du segment [BC]

b) Déterminer l'ensemble Δ des points M tel que $\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\| = 2\|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{BC}\|$

Dans la suite des exercices le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Exercice 5

On donne la figure ci-contre.

1) Donner par lecture graphique les composantes des vecteurs \vec{u} et \vec{v} et les coordonnées du point A .

2) a) Calculer $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$.

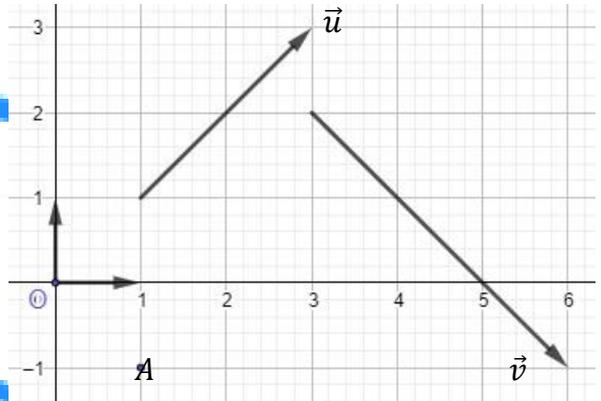
b) Montrer que \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

3) a) Construire les points B, C et D tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$

$\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{u} - \vec{v}$

b) Déterminer les coordonnées des points B, C et D .

4) Montrer que B est le milieu du segment $[CD]$.



Exercice 6

1) Placer les points $(3, -1), N(-5, 5), P(7, -4)$ et $Q(2, -4)$.

2) Montrer que O est le centre de gravité du triangle MNQ .

3) Soit E le symétrique de N par rapport à M .

a) Calculer les coordonnées de E .

b) Ecrire \overrightarrow{EN} à l'aide de \vec{i} et \vec{j} .

4) Montrer que les points M, N et E sont alignés.

Exercice 7

1) Placer les points $(-3, 2), B(1, -2)$ et $C(5, 0)$.

2) Calculer les coordonnées du point M milieu de $[AB]$.

3) Calculer les coordonnées du point I tel que $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$.

4) Vérifier que I est le centre de gravité du triangle ABC .

5) a) Calculer les coordonnées de J milieu de $[IB]$.

b) Calculer les coordonnées du point N tel que $S_I(J) = N$.

6) a) Montrer que les points A, N et C sont alignés.

c) Montrer que N est le milieu de $[AC]$.

Exercice 8

On considère les points $(-1, 2), B(-3, -2), C(5, -1)$ et $D(5, -3)$.

1) Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan.

2) a) Montrer que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux.

b) Déduire la nature du triangle ABC .

3) Les points A, C et D sont-ils alignés ?

4) a) Calculer BC et BD .

c) Dédurre que le point B appartient à la médiatrice de $[CD]$.

Exercice 9

Soit ABC un triangle quelconque. On note A' le milieu du segment $[AB]$.

- 1) Placer les points M et L tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.
- 2) On considère le repère cartésien $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
 - a) Déterminer les coordonnées de chacun des points A, C, A', M et L
 - b) Montrer que les points A', M et B sont alignés.
- 3) On donne les points $P\left(1, \frac{3}{2}\right)$ et $Q\left(\frac{3}{2}, 1\right)$. Montrer que $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

Exercice 10

- 1) On donne les points $A(3, 1)$; $B(0, -5)$ et $H(a, 2a - 5)$ où a est un réel.
 - a) Montrer que pour tout réel a le point H appartient à la droite (AB) .
 - b) Déterminer le réel a pour que la droite (OH) soit perpendiculaire à (AB) .
- 2) On suppose que $H(2, -1)$.
 - a) Montrer que $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO})$ est une base orthonormée.
 - b) Déterminer les composantes du vecteur \overrightarrow{OB} dans le repère $(H, \overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO})$.

Exercice 11

On donne les points $A(-4, -4)$; $B(5, -1)$ et $C(1, 6)$

Soit D le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC) .

- 1) Montrer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AC}$.
- 2)
 - a) Exprimer les coordonnées du point D en fonction de k .
 - b) Déterminer les composantes du vecteur \overrightarrow{BD} en fonction de k .
 - e) Déterminer alors k puis déterminer les coordonnées du point D .
- 3) On donne les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} m \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2m+1 \end{pmatrix}$ où $m \in \mathbb{R}$. Déterminer les valeurs de m pour que \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires.