

Exercice 1

1) Si G le barycentre des points pondérés (A, 4), (B, -3) et (C, 1) alors G barycentre des points pondérés (A, -4), (B, 3) et (C, -1)

a) Vrai

b) Faux

2) Si G le barycentre des points pondérés (A, 4) et (B, -3) alors

a) $\vec{AG} = 4\vec{AB}$

b) $\vec{AG} = 3\vec{AB}$

c) $\vec{AG} = -3\vec{AB}$

Exercice 2

Soit un ABC triangle et G le barycentre des points pondérés (A, 1), (B, -3) et (C, -2) et E le point défini par : $\vec{BE} = \frac{2}{5}\vec{BC}$

1) Ecrire \vec{AG} à l'aide de \vec{AB} et \vec{AC} puis faire la figure

2) a) Montrer que E est le barycentre des points pondérés (B, -3) et (C, -2)

b) En déduire que les points A ; E et G sont alignés

3) Soit I le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, -3)

Montrer que G es le milieu du segment [CI]

Exercice 3

Soit A et B deux points distincts et G le point défini par : $2\vec{AG} + 3\vec{AB} = \vec{0}$

1) Montrer que G est le barycentre des points A et B affectés des coefficients que l'on précisera

2) a) Montrer que pour tout M du plan on a : $5\vec{AM} - 3\vec{BM} = 2\vec{GM}$

b) Déterminer l'ensemble des points M tel que $\|5\vec{AM} - 3\vec{BM}\| = 2$

Exercice 4

Soit A et B deux points distincts, soit C le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, 3) et D le barycentre des points pondérés (A, 3) et (B, 2)

Déterminer chacun des ensembles suivant :

$E_1 = \{M \in P / \|2\vec{MA} + 3\vec{MB}\| = 10\}$

$E_2 = \{M \in P / \|2\vec{MA} + 3\vec{MB}\| = \|3\vec{MA} + 2\vec{MB}\|\}$

Exercice 5

Soit ABC un triangle et I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC]

1) Construire le point G barycentre des points pondérés (A, 3) et (B, 2)

2) Soit H le point définie par : $3\vec{HA} + 2\vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$

a) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (G, 5) et (C, 1)

b) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (I, 2) et (J, 1)

c) En déduire une construction simple de H

3) La droite (AH) coupe la droite (BC) au point K. Montrer que K est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (H, -2)

4) a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MH}$

b) Déterminer les ensembles suivants

$$E_1 = \{M \in P / \|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 6\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MH}\|\}$$

$$E_2 = \{M \in P / \|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MJ}\|\}$$

Exercice 6

Soit A et B deux points distincts et G le point défini par : $2\overrightarrow{AG} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

1) Montrer que G est le barycentre des points A et B affectés des coefficients que l'on précisera

2) a) Montrer que pour tout M du plan on a : $5\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{GM}$

b) Déterminer l'ensemble des points M tel que $\|5\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{BM}\| = 2$

Exercice 7

Soit ABCD un rectangle et I et J respectivement les milieux de [AB] et [CD]

1) a) Construire le point F barycentre des points pondérés (A, 1) et (C, 3)

b) Déterminer et construire l'ensemble ζ des points M du plan tel que $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC}\| = AC$

2) Soit G le point défini par $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} + 3\overrightarrow{GD} = \vec{0}$ et soit E barycentre des points pondérés (B, 1) et (D, 3)

a) Montrer que G est le milieu de [EF]

b) Construire les points E et G

3) Montrer que les points I ; J et G sont alignés

Exercice 8

Soit ABC est un triangle I et J désignent les milieux respectifs de [AB] et [BC]

1) Construire le point G barycentre des points pondérés (A, 3) et (C, -1)

2) Soit K le point défini par $3\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC} = \vec{0}$

a) Montrer que K est le milieu du segment [BG]

b) Montrer que K est le barycentre des points pondérés (I, 3) et (J, -1)

c) Dédire une construction du point K (avec justification)

3) Soit F le symétrique de C par rapport à B

a) Exprimer F comme barycentre des points B et C

b) Dédire que les droites (AF) , (IJ) et (BC) sont concourantes

4) Déterminer chacun des ensembles suivant :

$$E_1 = \{M \in P / \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = \|-3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MI}\|\}$$

$$E_2 = \{M \in P / \|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MJ}\|\}$$

Exercice 9

Soit ABCD un parallélogramme et H barycentre des points pondérés (A, -1) et (B, 4) et K barycentre des points pondérés (C, 2) et (D, 1)

- 1) a) Exprimer \overrightarrow{AH} en fonction de \overrightarrow{AB}
- b) Exprimer \overrightarrow{DK} en fonction de \overrightarrow{DC}
- c) Construire les points H et K
- 2) Soit G le point défini par $-\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
 - a) Montrer que G est le milieu de [HK]
 - b) Montrer que BHCK est un parallélogramme
- 3) Déterminer et représenter les ensembles suivants

$$E_1 = \{M \in P / \|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{2MC} + \overrightarrow{MD}\|\}$$

$$E_2 = \{M \in P / \|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{6MC} - \overrightarrow{6MD}\|\}$$

Exercice 10

Soit A, B et C trois points non alignés tel que $AB = AC = 5$ et $BC = 4$. I le milieu de [BC] et le point J défini par : $\overrightarrow{BJ} = -2\overrightarrow{BC}$. G le barycentre des points pondérés (A, 1), (B, 3) et (C, -2)

- 1) Exprimer le point J comme barycentre des points B et C
- 2) a) Montrer que G est le barycentre des points A et J
- b) En déduire la position du point G sur le segment [AJ]
- 3) a) Exprimer, pour tout point M du plan, le vecteur $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ en fonction de \overrightarrow{MC}
- b) Exprimer alors en fonction d'une seule distance la norme $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$
- c) Déterminer l'ensemble E des points M tel que $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$
- d) Tracer l'ensemble E
- 4) a) Déterminer l'ensemble Δ des points M tel que $(3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}) \perp \overrightarrow{MA}$
- b) Justifier que le point I ∈ Δ puis tracer l'ensemble Δ