

Exercice 1

1) Si G le barycentre des points pondérés (A, 4), (B, -3) et (C, 1) alors G barycentre des points pondérés (A, -4), (B, 3) et (C, -1)

- a) Vrai b) Faux

2) Si G le barycentre des points pondérés (A, 4) et (B, -3) alors

- a) $\vec{AG} = 4\vec{AB}$ b) $\vec{AG} = 3\vec{AB}$ c) $\vec{AG} = -3\vec{AB}$

Exercice 2

Soit un ABC triangle et G le barycentre des points pondérés (A, 1); (B, -3) et (C, -2) et E le point défini

par : $\vec{BE} = \frac{2}{5}\vec{BC}$

- 1) Ecrire \vec{AG} à l'aide de \vec{AB} et \vec{AC} puis faire la figure
- 2) a) Montrer que E est le barycentre des points pondérés (B, -3) et (C, -2)
 b) En déduire que les points A ; E et G sont alignés
- 3) Soit I le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, -3)

Montrer que G es le milieu du segment [CI]

Exercice 3

Soit A et B deux points distincts et G le point défini par : $2\vec{AG} + 3\vec{AB} = \vec{0}$

- 1) Montrer que G est le barycentre des points A et B affectés des coefficients que l'on précisera
- 2) a) Montrer que pour tout M du plan on a : $5\vec{AM} - 3\vec{BM} = 2\vec{GM}$
 b) Déterminer l'ensemble des points M tel que $\|5\vec{AM} - 3\vec{BM}\| = 2$

Exercice 4

Soit A et B deux points distincts, soit C le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, 3) et D le barycentre des points pondérés (A, 3) et (B, 2)

Déterminer chacun des ensembles suivant :

$$E_1 = \{M \in P / \|2\vec{MA} + 3\vec{MB}\| = 10\}$$

$$E_2 = \{M \in P / \|2\vec{MA} + 3\vec{MB}\| = \|3\vec{MA} + 2\vec{MB}\|\}$$

Exercice 5

Soit A et B deux points distincts et G le point défini par : $2\vec{AG} + 3\vec{AB} = \vec{0}$

- 1) Montrer que G est le barycentre des points A et B affectés des coefficients que l'on précisera
- 2) a) Montrer que pour tout M du plan on a : $5\vec{AM} - 3\vec{BM} = 2\vec{GM}$
 b) Déterminer l'ensemble des points M tel que $\|5\vec{AM} - 3\vec{BM}\| = 2$

Exercice 6

Soit ABC un triangle et I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC]

- 1) Construire le point G barycentre des points pondérés (A, 3) et (B, 2)
- 2) Soit H le point définie par : $3\vec{HA} + 2\vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$

- a) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (G, 5) et (C, 1)
- b) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (I, 2) et (J, 1)
- c) En déduire une construction simple de H
- 3) La droite (AH) coupe la droite (BC) au point K. Montrer que K est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (H, -2)
- 4) a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 6\overrightarrow{MH}$
- b) Déterminer les ensembles suivants
- $$E_1 = \{M \in P / \|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 6\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MH}\|\}$$
- $$E_2 = \{M \in P / \|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MJ}\|\}$$

Exercice 7

Soit ABCD un rectangle et I et J respectivement les milieux de [AB] et [CD]

- 1) a) Construire le point F barycentre des points pondérés (A, 1) et (C, 3)
- b) Déterminer et construire l'ensemble ζ des points M du plan tel que $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC}\| = AC$
- 2) Soit G le point défini par $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} + 3\overrightarrow{GD} = \vec{0}$ et soit E barycentre des points pondérés (B, 1) et (D, 3)
- a) Montrer que G est le milieu de [EF]
- b) Construire les points E et G
- 3) Montrer que les points I ; J et G sont alignés

Exercice 8

Soit ABCD un parallélogramme et H barycentre des points pondérés (A, -1) et (B, 4) et K barycentre des points pondérés (C, 2) et (D, 1)

- 1) a) Exprimer \overrightarrow{AH} en fonction de \overrightarrow{AB}
- b) Exprimer \overrightarrow{DK} en fonction de \overrightarrow{DC}
- c) Construire les points H et K
- 2) Soit G le point défini par $-\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
- a) Montrer que G est le milieu de [HK]
- b) Montrer que BHCK est un parallélogramme
- 3) Déterminer et représenter les ensembles suivants
- $$E_1 = \{M \in P / \|-\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|\}$$
- $$E_2 = \{M \in P / \|-\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = \|6\overrightarrow{MC} - 6\overrightarrow{MD}\|\}$$

Exercice 9

Soit ABC est un triangle I et J désignent les milieux respectifs de [AB] et [BC]

- 1) Construire le point G barycentre des points pondérés (A, 3) et (C, -1)
- 2) Soit K le point défini par $3\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC} = \vec{0}$
- a) Montrer que K est le milieu du segment [BG]

- b) Montrer que K est le barycentre des points pondérés $(I, 3)$ et $(J, -1)$
 c) Dédurre une construction du point K (avec justification)
- 3) Soit F le symétrique de C par rapport à B
 a) Exprimer F comme barycentre des points B et C
 b) Dédurre que les droites (AF) , (IJ) et (BC) sont concourantes

4) Déterminer chacun des ensembles suivant :

$$E_1 = \{M \in P / \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = \|-3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MI}\|\}$$

$$E_2 = \{M \in P / \|\overrightarrow{3MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{3MI} - \overrightarrow{MJ}\|\}$$

Exercice 10

Soit A , B et C trois points non alignés tel que $AB = AC = 5$ et $BC = 4$. I le milieu de $[BC]$ et le point J défini par : $\overrightarrow{BJ} = -2\overrightarrow{BC}$. G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, 3)$ et $(C, -2)$

- 1) Exprimer le point J comme barycentre des points B et C
- 2) a) Montrer que G est le barycentre des points A et J
 b) En déduire la position du point G sur le segment $[AJ]$
- 3) a) Exprimer, pour tout point M du plan, le vecteur $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ en fonction de \overrightarrow{MC}
 b) Exprimer alors en fonction d'une seule distance la norme $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$
 c) Déterminer l'ensemble E des points M tel que $\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$
 d) Tracer l'ensemble E
- 4) a) Déterminer l'ensemble Δ des points M tel que $(3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}) \perp \overrightarrow{MA}$
 b) Justifier que le point $I \in \Delta$ puis tracer l'ensemble Δ