Arithmétique 2ème Sciences

Exercice 1

1) Décomposer le nombre 2860 en produit de nombres premiers.
2) Décomposer le nombre 2730 en produit de nombres premiers.
3) Simplifier la fraction $\frac{2860}{2730}$

Exercice 2

Déterminer dans chaque cas les entiers n pour que l'expression donnée soit un entier naturel

$$A = \frac{6}{n-1} \qquad B = \frac{12}{n-3} \qquad C = \frac{3n+18}{n+1} \qquad D = \frac{2n+10}{n+2} \qquad E = \frac{n+17}{n+4} \qquad F = \frac{n+25}{n+4}$$

Exercice 3

1) Déterminer les entiers n tel que $n+2$ divise $5n+19$.
2) Déterminer les entiers n tel que $6n+12$ soit divisible par $n+5$.

Exercice 4

1) a) Donner la liste de tous les diviseurs de 28 puis celle de tous les diviseurs de 36.
   b) Donner la liste de tous les diviseurs communs de 28 et 36.
2) a) Déterminer le $PGCD(28\,,36)$
   b) En déduire le $PPCM(28\,,36)$

Exercice 5

Soit n un entier naturel. On considère les entiers naturels $A = 3n+10$ et $B = n+1$

1) Calculer $A - 3B$
2) Soit d un entier naturel, montrer que si d divise A et B alors d divise 7
3) En déduire les valeurs possibles de d
4) Montrer que le reste de la division euclidienne de n par 7 est égal à 6 alors A et B sont divisible par 7

Exercice 6

Soit n un entier naturel. On pose $a = 6n+13$ et $b = 8n+16$

1) a) Vérifier que a est impair.
   b) Vérifier que 4 divise b.
2) On note d le $PGCD$ de a et b.
   a) Calculer d pour $n = 2$.
   b) Calculer $4a - 3b$ et en déduire les valeurs possibles de d.

Exercice 7

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2 .

On pose $\mathrm{x} = 3\mathrm{n} - 4$ et $\mathrm{y} = 7\mathrm{n} - 9$

1) Montrer que x et y sont premiers entre eux.
2) a) Déterminer le reste de la division euclidienne de $(\mathrm{y} - \mathrm{x})$ par 4 .
   b) En déduire le reste de la division euclidienne de $(y - x)^2$ par 4.

Exercice 8

1) Soit $A = \overline{2b12a}$

Trouver les chiffres a et b pour que A soit divisible par 6

2) Soit $B = \overline{6ba34}$

Trouver les chiffres a et b pour que B soit divisible par 99.

Exercice 9

1) Soit n un entier naturel et $a = 3n + 2$ et $b = 2n + 5$
   a) Montrer que si d divise a et b alors d divise 11
   b) Déduire les valeurs possible de d
   c) Déterminer alors le $PGCD(a\,, b)$
2) Soit n un entier naturel et et $a = 5n + 3$ et $b = 3n + 5$
   a) Montrer que si d divise a et b alors d divise 16
   b) Déduire les valeurs possible de d
   c) Déterminer alors le $PGCD(a\,, b)$

Exercice 10

Soient deux entiers $A = \overline{115x}$ et $B = \overline{14y5}$ où x et y sont deux chiffres à déterminer.

1) Déterminer x sachant que A est divisible par 15
2) Déterminer y sachant que B est divisible par 9
3) Ecrire $\frac{A}{B}$ sous forme irréductible.
4) Soit $C = \overline{13x45y}$ où x et y sont deux chiffres.

Déterminer x et y pour que C soit divisible par 9 et 8

Exercice 11

1) Compléter le tableau suivant par les restes successifs de la division euclidienne de l'entier naturel n par , 8 , 9 et 11. Justifier.

$n \in IN$	Le reste de la division euclidienne de n par :			
	5	*8*	*9*	*11*
20140328				
906132				

2) Déterminer un entier naturel dont les restes successifs de la division euclidienne par 5 , 8 , 9 et 11 sont respectivement 3 ,1 ,2 et 4.

Exercice 12

1) a) Pour chacun , n et p suivants vérifier s'il est divisible par 11

$m = 45216$; $n = 38152$ et $p = \overline{45a54a}$ où a est un chiffre

   b) Déterminer le reste de la division euclidienne de , n et p par 11

2) Trouver le chiffre b pour que $56b854$ soit divisible par 11

3) a) Trouver les valeurs de y pour que l'entier $43xy5$ soit divisible par 25

b) Trouver le chiffre x pour que l'entier $43x25$ soit divisible par 11

c) Trouver le chiffre x pour que l'entier $43x75$ soit divisible par 11

4) En déduire les couples des chiffres $(x\,,y)$ pour que $43xy5$ soit divisible par 11 et par 25

Exercice 13

1) Trouver les chiffres x et y pour que l'entier $4x325y5$ soit divisible par 3 et 25.

2) Soit a et b deux entiers naturels non nuls.

a) Développer $(a+b)^3$.

b) Montrer que 3 divise a^3+b^3 si et seulement si 3 divise $(a+b)^3$.

Exercice 14

Soit $N = 29a435a$ où a désigne le chiffre des unités et celui des dizaines de milliers de l'entier naturel N.

1) Déterminer a pour que N soit divisible par 9.

2) Déterminer a pour que N soit divisible par 11.

3) Déterminer a pour que N soit divisible par 12.

4) a) Déterminer a pour que le reste de la division euclidienne de N par 8 soit égal à 5.

b) Déterminer dans ce cas le reste de la division euclidienne de N^2 par 8.

Exercice 15

1) a) Déterminer a et b tels que pour tout $x \in IR\backslash\{0,1\}$ $\frac{14x-8}{x^2-x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$

b) En déduire deux valeurs de l'entier naturel n pour les quelles (n^2-n) divise $(14n-8)$.

2) Montrer que n^3+5n est divisible par 6 pour tout $n \in IN$.

Exercice 16

Soit $P(n) = n^2+3n+2$ un trinôme défini sur l'ensemble des entiers naturels IN

1) Factoriser dans IR l'expression x^2+3x+2

2) En déduire que $P(n)$ est divisible par $n+1$

3) Montrer que si le reste de la division euclidienne de n par 3 est égal à 2 alors $P(n)$ est divisible par 3

4) Montrer que si le reste de la division euclidienne de n par 5 est égal à 3 ou 4 alors $P(n)$ est divisible par 5