

Dans tous les exercices on suppose que le plan est orienté

Exercice 1

Donner la mesure principale des angles suivants :

$$\frac{11\pi}{3} ; \frac{31\pi}{4} ; \frac{-15\pi}{2} ; \frac{37\pi}{5} ; \frac{-25\pi}{8} ; 313\pi ; -241\pi$$

Exercice 2

Donner la mesure principale de (\vec{u}, \vec{v}) dans chaque cas

$$(\widehat{2\vec{u}, 3\vec{v}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \quad (\widehat{-2\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

$$(\widehat{\vec{u}, -4\vec{v}}) = -\frac{4\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \quad (\widehat{-5\vec{u}, -3\vec{v}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

$$(\widehat{2\vec{v}, 3\vec{u}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \quad (\widehat{-6\vec{v}, 3\vec{u}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} (\widehat{2\vec{u}, 3\vec{w}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \\ (\widehat{\vec{w}, 2\vec{v}}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} (\widehat{\vec{u}, -2\vec{w}}) = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \\ (\widehat{\vec{w}, -3\vec{v}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Exercice 3

Soient A, B, C et D des points du plan tel que :

$$(\widehat{\vec{AB}, \vec{AC}}) = \frac{25\pi}{12} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \quad (\widehat{\vec{AC}, \vec{AD}}) = \frac{119\pi}{4} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

$$(\widehat{\vec{AB}, \vec{AE}}) = -\frac{85\pi}{6} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés précédents

$$(\widehat{\vec{AB}, \vec{AC}}) , (\widehat{\vec{AC}, \vec{AD}}) \text{ et } (\widehat{\vec{AB}, \vec{AE}})$$

2) Montrer que les points A, D et E sont alignés

Exercice 4

Soit EFG un triangle isocèle et rectangle en E et tel que $(\widehat{\vec{EF}, \vec{EG}}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. On désigne par A le point de [FG] tel que EF = FA. Soit A' et F' les points tel que EFF' et EAA' soient deux triangles équilatéraux directs

1) a) Faire une figure

b) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants

$$(\widehat{\vec{AE}, \vec{AF}}) ; (\widehat{\vec{FF'}, \vec{FA}}) ; (\widehat{\vec{AF}, \vec{AF'}}) \text{ et } (\widehat{\vec{AE}, \vec{AF'}})$$

1) a) Déterminer une mesure de $(\widehat{\vec{AF'}, \vec{EA'}})$

b) En déduire que $(AF') \perp (EA')$

Exercice 5

Soient $\alpha = \frac{25\pi}{3}$ et $\beta = \frac{19\pi}{6}$ deux mesures respectives de deux angles $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$

- 1) Déterminer la mesure principale α de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et la mesure principale β de $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$
- 2) Dans la suite on prendra : $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\beta = \frac{-5\pi}{6}$, $AB = AC = 2 \text{ cm}$ et $AD = 3 \text{ cm}$ faire une figure
- 3) Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, que peut-on dire des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD}
- 4) a) Construire le point E tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $AE = 3 \text{ cm}$
 b) Montrer que les points A, C et E sont alignés.

Exercice 6

- 1) Soit ABC un triangle tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$
 a) Calculer $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})$
 b) Les réels $\frac{101\pi}{6}$ et $\frac{-193\pi}{6}$ sont-ils des mesures de $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$?
- 2) a) Construire le triangle ABC
 b) Construire le point D tel que BCD soit un triangle équilatéral et $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$
 c) Calculer $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD})$ et $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DB})$
 d) Montrer que $ABDC$ est un trapèze rectangle

Exercice 7

Soit \mathcal{C} un cercle de centre O et passant par A . Soient B, C et D trois points du cercle \mathcal{C} tel que :

$$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}, (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \text{ et } (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

- 1) Construire les points B, C et D
- 2) Calculer $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC})$, $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BO})$ et $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD})$
- 3) a) Calculer $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$
 b) Que peut-on déduire des vecteurs \overrightarrow{OB} et \overrightarrow{OC}
- 4) Montrer que les points C et D sont diamétralement opposés

Exercice 8

On considère les points A, B, C et D tel que : $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \text{ et } (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}) = \frac{14\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

- 1) Déterminer la mesure principale $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB})$
- 2) Montrer que les points A, C et D sont alignés
- 3) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés : $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$, $(-\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{3AB})$

Exercice 9

On donne : $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Avec $OA = 3 \text{ cm}$; $OB = 2 \text{ cm}$ et $OC = 3 \text{ cm}$

1) a) Faire une figure

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}})$

c) On donne $\alpha = \frac{23\pi}{6}$; α est-elle une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}})$

2) Soit $[OD]$ la bissectrice du secteur saillant $[OA, OB]$ on marque le point D tel que $OD = 3 \text{ cm}$

Donner la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}})$

3) Montrer que les points O, D et C sont alignés

Exercice 10

1) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{-47\pi}{6} [2\pi]$

a) Faire une figure

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}})$

2) a) Construire à l'extérieur du triangle ABC deux triangles équilatéraux de sens direct CBF et ACG

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}})$

b) En déduire que les points $, C$ et F sont alignés

3) Soit P le point du segment $[CF]$ tel que $CA = CP$

Déterminer la mesure principale de $(\widehat{\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AC}})$

Exercice 11

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$, E et F sont les points tel que

$(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ avec $AB = AE$ et $AC = AF$

1) a) Faire une figure

b) Montrer que ACE et ABF sont isométriques

2) a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{BF}}) = (\widehat{\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CA}}) + (\widehat{\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{BF}}) + \frac{\pi}{2} [2\pi]$

b) En déduire que $(CE) \perp (BF)$

3) Déterminer la mesure principale des angles orientés $(\widehat{\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AB}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{FC}, \overrightarrow{AE}})$