Angles orientés 3ème Sc Techniques

Dans tous les exercices on suppose que le plan est orienté

Exercice 1

Donner la mesure principale des angles suivants :

$\frac{11\pi}{3}$; $\frac{31\pi}{4}$; $\frac{-15\pi}{2}$; $\frac{37\pi}{5}$; $\frac{-25\pi}{8}$; 313π ; -241π

Exercice 2

Donner la mesure principale de $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$ dans chaque cas

$(\widehat{2\vec{u},3\vec{v}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ $\quad$ $(\widehat{-2\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$(\widehat{\vec{u},-4\vec{v}}) = -\frac{4\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ $\quad$ $(\widehat{-5\vec{u},-3\vec{v}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$(\widehat{2\vec{v},3\vec{u}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ $\quad$ $(\widehat{-6\vec{v},3\vec{u}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} (\widehat{2\vec{u},3\vec{w}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \; ; \; k \in \mathbb{Z} \\ (\widehat{\vec{w},2\vec{v}}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \; ; \; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} (\widehat{\vec{u},-2\vec{w}}) = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \; ; \; k \in \mathbb{Z} \\ (\widehat{\vec{w},-3\vec{v}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \; ; \; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Exercice 3

Soient A, B , C et D des points du plan tel que :

$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) = \frac{25\pi}{12} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ $\quad$ $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}}) = \frac{119\pi}{4} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}}) = -\frac{85\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$,

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés précédents

$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$, $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}})$

2) Montrer que les points A, D et E sont alignés

Exercice 4

Soit EFG un triangle isocèle et rectangle en E et tel que $(\widehat{\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EG}}) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$. On désigne par A le point de $[FG]$ tel que $EF = FA$. Soit A' et F' les points tel que EFF' et EAA' soient deux triangles équilatéraux directs

1) **a)** Faire une figure

b) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants

$(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF}})$; $(\widehat{\overrightarrow{FF'},\overrightarrow{FA}})$; $(\widehat{\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AF'}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF'}})$

1) **a)** Déterminer une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AF'},\overrightarrow{EA'}})$

b) En déduire que $(AF') \perp (EA')$

Exercice 5

Soient $\alpha = \frac{25\pi}{3}$ et $\beta = \frac{19\pi}{6}$ deux mesures respectives de deux angles $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}})$

1) Déterminer la mesure principale α de $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ et la mesure principale β de $(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}})$

2) Dans la suite on prendra : $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\beta = \frac{-5\pi}{6}$, $AB = AC = 2\ cm$ et $AD = 3cm$ faire une figure

3) Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}})$, que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$

4) a) Construire le point E tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $AE = 3cm$

   b) Montrer que les points A, C et E sont alignés.

Exercice 6

1) Soit ABC un triangle tel que : $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

   a) Calculer $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}})$

   b) Les réels $\frac{101\pi}{6}$ et $\frac{-193\pi}{6}$ sont-ils des mesures de $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}})$?

2) a) Construire le triangle ABC

   b) Construire le point D tel que BCD soit un triangle équilatéral et $(\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

   c) Calculer $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DB}})$

   d) Montrer que $ABDC$ est un trapèze rectangle

Exercice 7

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et passant par A. Soient B, C et D trois points du cercle $\mathcal{C}$ tel que :

$(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$, $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $(\widehat{\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

1) Construire les points B, C et D

2) Calculer $(\widehat{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}})$, $(\widehat{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BO}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}})$

3) a) Calculer $(\widehat{\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}})$

   b) Que peut-on déduire des vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$

4) Montrer que les points C et D sont diamétralement opposés

Exercice 8

On considère les points A, B, C et D tel que : $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}}) = \frac{14\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

1) Déterminer la mesure principale $(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}})$

2) Montrer que les points A, C et D sont alignés

3) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés : $(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}})$, $(\widehat{-\overrightarrow{BC}, 3\overrightarrow{AB}})$

Exercice 9

On donne : $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)=-\frac{5\pi}{6}+2k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$

Avec $OA=3\ cm$; $OB=2\ cm$ et $OC=3cm$

1) a) Faire une figure

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}}\right)$

c) On donne $\alpha=\frac{23\pi}{6}$; α est-elle une mesure de $\left(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}}\right)$

2) Soit $[OD)$ la bissectrice du secteur saillant $[OA,OB]$ on marque le point D tel que $OD=3\ cm$

Donner la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}}\right)$

3) Montrer que les points O, D et C sont alignés

Exercice 10

1) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right)\equiv\frac{-47\pi}{6}\ [2\pi]$

a) Faire une figure

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right)$

2) a) Construire à l'extérieur du triangle ABC deux triangles équilatéraux de sens direct CBF et ACG

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)$

b) En déduire que les points , C et F sont alignés

3) Soit P le point du segment $[CF]$ tel que $CA=CP$

Déterminer la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AC}}\right)$

Exercice 11

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$, E et F sont les points tel que

$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AF}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ avec $AB=AE$ et $AC=AF$

1) a) Faire une figure

b) Montrer que ACE et ABF sont isométriques

2) a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{CE},\overrightarrow{BF}}\right)=\left(\widehat{\overrightarrow{CE},\overrightarrow{CA}}\right)+\left(\widehat{\overrightarrow{FA},\overrightarrow{BF}}\right)+\frac{\pi}{2}[2\pi]$

b) En déduire que $(CE)\perp(BF)$

3) Déterminer la mesure principale des angles orientés $\left(\widehat{\overrightarrow{FA},\overrightarrow{AB}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{FC},\overrightarrow{AE}}\right)$