Vrai / Faux

1) **faux** (contre exemple 6 est divisible par 3 et 6 est pair)

2) **Vrai** (explication : a est premier donc a est impaire donc $a+1$ est pair alors $a+1$ n'est pas premier)

3) **Vrai** (explication : $91 = 13 \times 7 + 0$)

4) **faux** (explication : 124 n'est pas divisible par 8 donc 936124 n'est pas divisible par 8)

5) **faux** (contre exemple 12 est divisible par 4 et 6 mais 12 n'est pas divisible par 24)

6) **Vrai** (explication : $PPCM(n\,,6) = n$ donc n est un multiple de 6 et 6 est pair alors n est pair)

Exercice 1

Il faut remarquer que $a \in \{0\,,1\,,2, \ldots 9\}$ et $b \in \{0\,,1\,,2, \ldots 9\}$

***** Pour qu'un entier soit divisible par 15 il faut qu'il soit divisible par 3 et par 5.

* Pour qu'un entier soit divisible par 5 il faut que son chiffre des unités soit égale à 0 ou 5

* Pour qu'un entier soit divisible par 3 il faut que la somme de ses chiffres soit divisible par 3

Donc il faut que $a = 0$ ou $a = 5$ et $8 + 2 + b + a = 10 + b + a$ soit divisible par 3

1er cas : **pour $a = 0$** ; $10 + b$ doit-être divisible par 3 donc $b = 2$ ou $b = 5$ ou $b = 8$

Donc $82ba = 8220$ ou $82ba = 8250$ ou $82ba = 8280$

2ème cas : **pour $a = 5$** ; $10 + b + 5 = 15 + b$ doit-être divisible par 3 donc $b = 0$ ou $b = 3$ ou $b = 6$ ou $b = 9$

Donc $82ba = 8205$ ou $82ba = 8235$ ou $82ba = 8265$ ou $82ba = 8295$

Exercice 2

1) a) $\frac{n}{6}$ est un entier naturel si et seulement si n est divisible par 6 donc il faut que n soit un multiple de 6

b) Il faut que $n - 2 \neq 0$ donc $n \neq 2$; $\frac{20}{n-2}$ est un entier naturel si et seulement si $n - 2$ divise 20 or $D_{20} = \{1\,,2\,,4\,,5\,,10\,,20\}$

Donc : $n-2=1$ alors $\boldsymbol{n=3}$ ou $n-2=2$ alors $\boldsymbol{n=4}$

ou $n-2=4$ alors $\boldsymbol{n=6}$ ou $n-2=5$ alors $\boldsymbol{n=7}$

ou $n-2=10$ alors $\boldsymbol{n=12}$ ou $n-2=20$ alors $\boldsymbol{n=22}$

2) $\frac{n}{6}\in\mathbb{N}$ et $\frac{20}{n-2}\in\mathbb{N}$ donc n est un multiple de 6 et $n\in\{3,4,6,7,12,22\}$

Donc $\boldsymbol{n=6}$ ou $\boldsymbol{n=12}$

Exercice 3

1) a) On a $A\in\mathcal{C}$ et $B\in\mathcal{C}$ donc $OA=OB$ par suite le triangle AOB est isocèle en O.

b) Le triangle AOB est isocèle en O donc $\widehat{OAB}=\widehat{ABO}$

$\widehat{OAB}+\widehat{ABO}+\widehat{AOB}=180°$ donc $2\widehat{OAB}+\widehat{AOB}=180°$ alors $2\widehat{OAB}+110°=180°$

alors $2\widehat{OAB}=180°-110°$ alors $2\widehat{OAB}=70°$ donc $\widehat{OAB}=\frac{70}{2}=35°$

On a $(OB)//(IC)$ et (OI) est une sécante donc $\widehat{IOB}$ et $\widehat{OIC}$ sont deux angles alternes internes

donc $\widehat{IOB}=\widehat{OIC}$ or $A\in(OI)$ donc $\widehat{IOB}=\widehat{AOB}$ et $\widehat{OIC}=\widehat{AIC}$ par suite $\widehat{AOB}=\widehat{AIC}=110°$

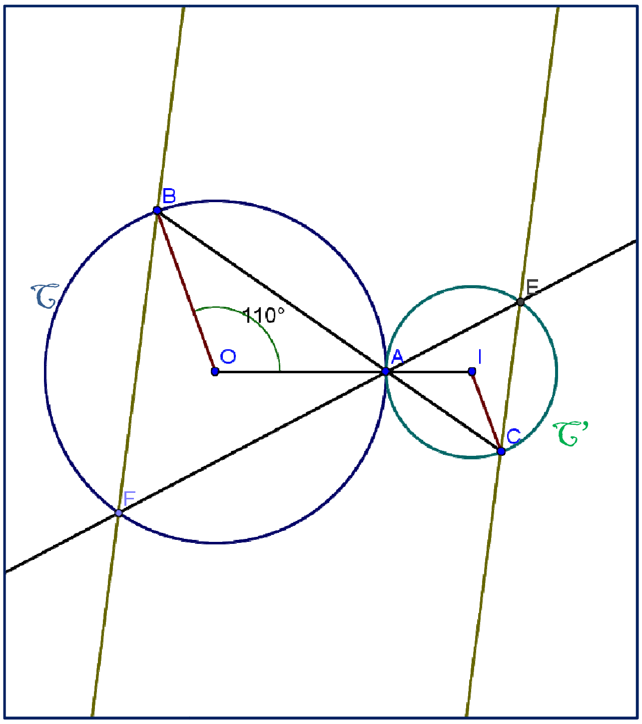
c) On a $\widehat{OAB}$ et $\widehat{IAC}$ sont deux angles opposés par le sommet donc $\widehat{OAB}=\widehat{IAC}=35°$

et $(OB)//(IC)$ et (BC) est une sécante donc $\widehat{ABO}$ et $\widehat{ACI}$ sont deux angles alternes internes

par suite $\widehat{ABO}=\widehat{ACI}=35°$

On a alors $\widehat{ACI}=\widehat{IAC}$ donc le triangle AIC est isocèle de sommet principal I.

2)



a) On $\widehat{AFB}$ est un angle inscrit et $\widehat{AOB}$ est un angle au centre et qui interceptent le même arc $[\widehat{AB}]$ donc $\widehat{AFB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \times 110 = 55°$

b) On $\widehat{AEC}$ est un angle inscrit et $\widehat{AIC}$ est un angle au centre et qui interceptent le même arc $[AC]$ donc $\widehat{AEC} = \frac{1}{2}\widehat{AIC} = \frac{1}{2} \times 110 = 55°$

on a alors $\widehat{AFB} = \widehat{AEC}$ et $A \in (EF)$ donc $\widehat{AFE} = \widehat{FEC}$ et (EF) est sécante à (BF) et (EC) donc $\widehat{AFE}$ et $\widehat{FEC}$ sont deux angles alternes internes et qui sont égaux donc $(BF)//(CE)$.