Exercice n° 1 : (**3 points**)

Pour chacune des questions suivantes , une seule réponse est correcte , indiquer laquelle.
Aucune justification n'est demandée.

I / Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^{x})$.

1) pour tout réel x on a $f'(x) =$:

a) $-e^{-x}\ln(1+e^{x}) - \dfrac{1}{1+e^{x}}$ b) $-e^{-x}\ln(1+e^{x}) + \dfrac{1}{1+e^{x}}$ c) $e^{-x}\ln(1+e^{x}) - \dfrac{1}{1+e^{x}}$

2) La fonction f est une solution de l'équation différentielle :

a) $y'+y = \ln(1+e^{x})$ b) $y'+y = e^{-x}$ c) $y'+y = \dfrac{1}{1+e^{x}}$

II / A et B étant deux évenements indépendants tels que $p(A) = 0.3$ et $p(B) = 0.4$

1) $p(A \cup B)$ est égale à:

a) 0.12 b) 0.58 c) 0.7

2) la probabilité de B sachant A est:

a) $P(B/A) = 0.75$ b) $P(B/A) = 0.4$ c) $P(B/A) = 1$

Exercice n°2 : (4 points)

Un opérateur téléphonique propose à ses abonnés deux types d’accès internet à haut débit :

- Un accès internet sur ligne fixe ;
- Un accès 3G sur téléphone portable.

Aujourd’hui, l’entreprise fait les constats suivants sur les accès internet à haut débit de ses abonnés :

- 58% des abonnés ont un accès internet sur ligne fixe. Parmi ceux-là , 24% ont également un accès 3G sur téléphone portable .
- Parmi les abonnés qui n’ont pas d’accès internet sur ligne fixe, 13% ont un accès 3G sur téléphone portable.

Pour une enquête , la fiche d’un abonné est prélevée au hasard, on note les évènements :

- F : « la fiche est celle d’un abonné qui a un accès internet sur ligne fixe ».
- G : « la fiche est celle d’un abonné qui a un accès 3G sur téléphone portable ».

1) En utilisant les données de l’énoncé, préciser les valeurs de $p(F)$, de $p(G/F)$ et de $p(G/\overline{F})$
2) Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.
3) Calculer $p(F \cap \overline{G})$. Interpreter ce résultat.
4) a/ Vérifier que la probabilité que la fiche prélevée soit celle d’un abonné qui n’a pas d’accès 3G sur téléphone portable est de 0,8062.

   b/ Peut-on affirmer qu’au moins 25% des abonnés ont un accès 3G sur téléphone portable ?
5) On prélève successivement les fiches de trois abonnés.

Calculer la probabilité qu’exactement une des fiches tirées soit celle d’un abonné qui n’a pas d’accès 3G sur téléphone portable.

6) Cet opérateur téléphonique utilise des antennes-relais dont la durée de vie exprimée en années est une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}035$

a/ Calculer la probabilité qu'une antenne-relais ait une durée de vie inférieure à 6 ans

b/ Sachant qu'un antenne-relais a fonctionné 12 ans , quelle est la probabilité qu'il reste encore fonctionnel au bout de 10 ans.

Exercice n°3 : (4 points)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé directe $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère les points $A(2,0,3)$; $B(4,2,3)$ et $C(2,0,5)$.

1) a/ Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b/Déduire que les points A , B et C déterminent un plan $\mathcal{P}$ d'équation $-y-2=0$.

2) Soit S l'ensemble des points M(x,y,z) de ξ tels que : $x^2+y^2+z^2+6x-14y-8z-1=0$

a/ Montrer vque S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R.

b/ Montrer que S *et* $\mathcal{P}$ sont sécants suivant un cercle ζ dont on préciser le centre H et le rayon r

3) a/ Vérifier que $OABC$ est un tétraèdre .Calculer son volume.

b/ Calculer l'aire du triangle ABC. En déduire la hauteur issu de O dans le tétraèdre OABC.

Exercice n°4 : (4 points)

Craignant une propagation de grippe infectieuse, un service de santé d'une ville de 50 000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe dans cette ville pendant 6 semaines. Ces semaines ont été numérotées de 1 à 6.

On a noté x_i les rangs successifs des semaines et y_i le nombre de consultations correspondant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de consultations: y_i	540	720	980	1320	1800	2420

On a tracé dans l'annexe le nuage de points correspondant à cette serie.

1) a/ Trouver l'équation de la droite d'ajustement affine $y = ax + b$ par la méthode des moindres carrés

b/A la septième semaine le nombre de consultations a été de 3300

Le modèle d'ajustement affine précedent a été rejeté par le service de santé. Justifier pourquoi ?

2) On décide d'effectuer un ajustement exponentiel, on pose $z_i = ln(y_i)$.

Compléter le tableau suivant en arrondissant les z_i à 0,01 près.

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = ln(y_i)$				7.19			

3) a/ Trouver l'équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés (Les coefficients obtenus par la calculatrice seront donnés à 0,01 près)

b/ En déduire que $y = 395e^{0.3x}$

4) En utilisant ce modèle, trouver par le calcul :

a/ Une estimation du nombre de consultations à la $10^{\text{ème}}$ semaine (arrondir à l'unité).

b/ La semaine à partir de laquelle le nombre de consultations dépassera 25% de la population.

Exercice n°5 : (**5points**)

$A/$ On considére l'équation différentielle (E) : $y' - \frac{1}{2}y = -e^{\frac{x}{2}}$.

1) Soit $g(x) = -xe^{\frac{x}{2}}$, vérifier que g est une solution de (E)

2) Détreminer les solutions de l'équation différentielle (E_0) : $y' - \frac{1}{2}y = 0$

3) a/ Montrer qu'une fonction f est une solution de (E) si et seulement si $(f - g)$ est une solution de (E_0).

b/ On déduire les solutions de (E), puis déterminer la solution f qui vérifie $f(0) = 1$.

$B/$ Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = (1 - x)e^{\frac{x}{2}}$ *et* C sa courbe représentative dans un repére orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) a/ Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter le résultat obtenu.

b/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .Intrerpréter le résultat obtenu.

2) a/ Montrer que f est dérivable sur IR et pour tout $x \in IR$, $f'(x) = -\frac{1}{2}(x+1)e^{\frac{x}{2}}$.

b/ Dresser le tableau de variation de f.

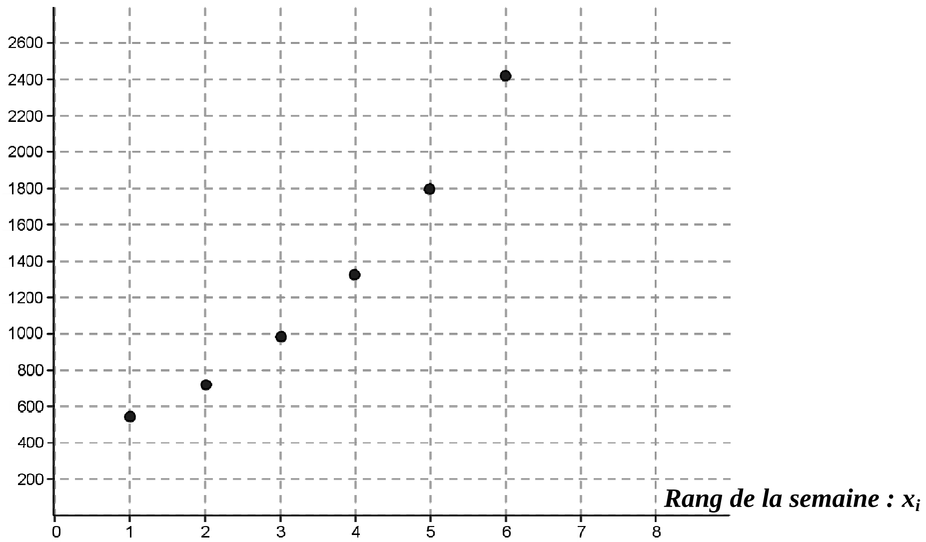
c/ Tracer C.

3) a/ Soit $\alpha \leq 0$, calculer $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C l'axe des abscisses et les droites d'équations réspectives $x = \alpha$ et $x = 1$.

b/ Calculer $\lim\limits_{\alpha \mapsto -\infty} A(\alpha)$

Annexe(Exercice4)

Nombre de consultations: yi



http://mathematiques.tk/

Tous nos meilleurs vœux de réussite