DIRECTION REGIONALE DE L'EDUCATION DE BEJA		**DEVOIR DE SYNTHESE COMMUN 3ème TRIMESTRE**	
SECTION	**SCIENCES TECHNIQUES**		
EPREUVE	**MATHEMATIQUES**	**DUREE : 3h**	**ANNEE SCOLAIRE : 2009 - 2010**

Le sujet comporte 3 pages.

Exercice n° 1 : (03 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,1.
L'arrondi au centième de $P(X > 10)$ est :

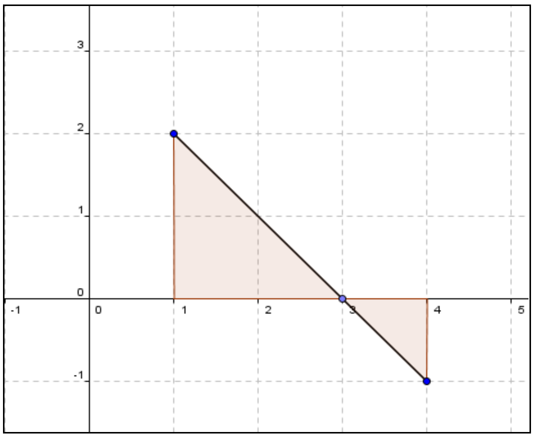
a) 0,63 **b)** 0,36 **c)** 0,37

2. L'équation $e^{2x} - 3e^{x} - 4 = 0$, $x \in IR$

a) a une seule solution **b)** a deux solutions **c)** n'a aucune solution

3. La courbe ci-dessous est celle de la fonction f définie sur [1,4] par : $f(x) = 3 – x$.
L'aire de la partie hachurée est égale à :

a) $\frac{3}{2}$ **b)** $\frac{5}{2}$ **c)** $\frac{1}{2}$



4. A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire et $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont leurs événements contraires respectifs. On a : $p(A) = 0,7$, $p(B/A) = 0,2$ et $p(\overline{B}/\overline{A}) = 0,5$. Alors :

a) $p(B) = 0,29$ **b)** $p(B) = 0,2$ **c)** $p(B) = 0,7$

Exercice n° 2 : (04 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution d'un indice de prix au cours des douze derniers mois.

Rang X_i du mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Indice Y_i	443	440	435	430	427	423	412	400	390	385	381	375

1. En effectuant le changement de variable $Z_i = Y_i - 370$, dresser le tableau statistique correspondant aux (X_i, Z_i).

2. **a)** Tracer le nuage de points $M_i\ (X_i\ , Z_i)$ dans un repère orthogonal.

b) Ce nuage permet- il d'envisager un ajustement affine ? Justifier.

3. **a)** Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X obtenue par la méthode des moindres carrés. *(Les coefficients a et b d'une telle équation, $Z = aX + b$, seront donnés à 10^{-2} près)*

b) En déduire une relation liant Y et X.

4. Donner les indices de prix prévisionnels des trois prochains mois.

Exercice n° 3 : (04 points)

Soit la suite $(u_n)_{n\in IN}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^2}{2u_n - 1}, \ n \in IN \end{cases}$

1. **a)** Montrer que pour tout $n \in IN$, $u_n > 1$.

b) Montrer que la suite $(u_n)_{n\in IN}$ est décroissante.

c) En déduire que la suite $(u_n)_{n\in IN}$ est convergente et calculer sa limite.

2. Soit les suites $(v_n)_{n\in IN}$ et $(w_n)_{n\in IN}$ définies respectivement par : $v_n = 1 - \dfrac{1}{u_n}$ et $w_n = \ln(v_n)$.

a) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

b) En déduire que $(w_n)_{n\in IN}$ est une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $w_0 = -\ln(2)$.

c) Exprimer w_n en fonction de n.

3. **a)** Montrer que $u_n = \dfrac{1}{1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2^n}}$.

b) Retrouver alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice n° 4 : (04 points)

Un composant électronique est soumis à un premier test de contrôle de fonctionnalité. S'il passe ce test avec succès, il est soumis à un deuxième test de contrôle de qualité ; sinon il est détruit.

Une étude statistique a donné que :

- Le composant a 90 % de chance de passer le 1er test avec succès ;
- Si le composant a passé le 1er test avec succès, il a 95 % de chance de passer le 2ème test avec succès.

Le composant n'est commercialisé que s'il passe avec succès les deux tests.

On désigne par :

T_1 l'événement " Le composant passe avec succès le 1er test ".

T_2 l'événement " Le composant passe avec succès le 2ème test "

C l'événement " Le composant est commercialisé "

1. **a)** Construire un arbre pondéré de probabilités décrivant les données ci-dessus.

b) Calculer la probabilité de l'événement C.

c) Montrer de deux manières différentes que la probabilité pour que le composant ne soit pas commercialisé est égale à 0,145.

2. Un lot de 10 composants arrive à l'atelier de contrôle.

Quelle est la probabilité pour qu'au moins 8 composants du lot soient commercialisés ?

3. La fabrication du composant coûte 25^{D}, le contrôle de sa fonctionnalité coûte 5^{D} et le contrôle de sa qualité coûte 3^{D}.

Quel est le coût total moyen d'un tel composant électronique ?

Exercice n° 5 : (05 points)

Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = 1 - x + e^{-2x}$.

1. **a)** Montrer que g est strictement décroissante sur IR.

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution réelle α et que $1 < \alpha < 2$.

c) Etudier le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

2. Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = 1 + e^{-2x}$.
On note **C** la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

a) Etudier les variations de f.

b) Etudier la position de **C** par rapport à la droite Δ d'équation : y = x.

c) Construire **C** et Δ.

3. On pose : $I = \int_0^{\alpha} g(x)\, dx$.

a) Donner une interprétation graphique de l'intégrale I.

b) Calculer I.