REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION ¤ ¤ ¤ *EXAMEN DU BAC BLANC* ¤ ¤ ¤ SESSION DE MAI 2009	**LYCEE SECONDAIRE K.S** **Prof : A. Kinen** **SECTION : SCIENCES EXPERIMENTALES** **EPREUVE : MATHEMATIQUES** **DUREE : 3 heures** **COEFFICIENT : 3**

Exercice 1 (3 points)

Déterminer la réponse exacte (*une seule réponse est correcte et aucune justification n'est demandée*)

1) Un bus passe tout les 20 minutes à une station. Soit X le temps d'attente d'une personne à cette station. On suppose que X suit une loi uniforme sur $[0,20]$ la probabilité qu'une personne attende exactement 3 minutes est :
   a) $\frac{3}{20}$ b) 0 c) 0,3
2) Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre 0.1 alors l'arrondit au centième de $p(X > 10)$ est : a) 0.91 b) 0.63 c) 0.37
3) Une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre λ sachant que $p(X \leq 10) = 0.5$ alors λ est : a) $\frac{10}{ln2}$ b) 0.05 c) $\frac{ln2}{10}$

Exercice 2 (3 points)

On considère la série statistique double (x, y) décrite par le tableau ci-dessous :

x_i	2	4	6	8	10	12	14	16
y_i	10	15	10	20	21	40	32	15

1) Représenter le nuage de points de cette double série statistique.
2) Calculer les moyennes $\bar{X}$ et $\bar{Y}$.
3) Calculer $V(X); V(Y); \sigma_x et\ \sigma_y$.
4) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r.
5) Un ajustement linéaire est il justifié ?

Exercice 3 (3points)

Soit l'équation différentielle (E) :$4y'' + 9y = 0$, où *y* est une fonction de la variable *t* et *y''* sa dérivée seconde.
1. Résoudre l'équation différentielle (E).

2. Soit *f* la fonction qui est une solution de l'équation différentielle (E), et dont la courbe représentative passe par le point de coordonnées$\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{2}\right)$, et qu'elle admet une tangente horizontale au point d'abscisse $\frac{\pi}{6}$.
   a) Donner les conditions initiales sur la fonction *f* à partir des informations données sur la courbe.
   b) Déterminer l'expression de la fonction *f*.

3. Vérifier que, pour tout réel *t*, $f(t) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{3}{2}t - \frac{\pi}{4}\right)$

Exercice 4 (5points)

On dispose de deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ces dés sont en apparence identiques mais l'un est bien équilibré et l'autre truqué. Avec le dé truqué la probabilité d'obtenir 6 lors d'un lancer est égale à $\frac{1}{3}$.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. On lance le dé bien équilibré trois fois de suite et on désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de 6 obtenus.
   a) Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ?
   b) Quelle est son espérance ?
   c) Calculer P(X = 2).

2. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables. Et on lance le dé choisi trois fois de suite.
On considère les événements D et A suivants:
 ►D : « le dé choisi est le dé bien équilibré » ;
 ►A : « obtenir exactement deux 6 ».
   a) Calculer la probabilité des événements suivants :
 ►« choisir le dé bien équilibré et obtenir exactement deux 6 » ;
 ►« choisir le dé truqué et obtenir exactement deux 6 ».
(On pourra construire un arbre de probabilité).
   b) En déduire que: p(A) = $\frac{7}{48}$.
   c) Ayant choisi au hasard l'un des deux dés et l'ayant lancé trois fois de suite, on a obtenu exactement deux 6. Quelle est la probabilité d'avoir choisi le dé truqué ?

3. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables, et on lance le dé n fois de suite (n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2). On note B_n l'événement « obtenir au moins un 6 parmi ces n lancers successifs ».
   a) Déterminer, en fonction de n , la probabilité p_n de l'événement B_n.
   b) Calculer la limite de la suite $(p_n)_n$. Commenter ce résultat.

Exercice 5 (6points)

Partie A : Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle (1) : $y \quad + y = 2e^{-x}$, dans laquelle y désigne une fonction inconnue de la variable x, dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

1. Résoudre l'équation différentielle (2) : $y \quad + y = 0$.

2. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2xe^{-x}$. Vérifier que h est solution de l'équation (1).

3. On admet que toute solution de (1) s'écrit sous la forme $g + h$, où g désigne une solution de l'équation (2).
   a) Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation (1).
   b) Déterminer la solution f de l'équation (1) vérifiant la condition initiale $f(0) = -1$.

Partie B : Etude d'une fonction exponentielle

On note f la fonction définie pour tout réel x par : $f(x) = (2x - 1)e^{-x}$. On note **C** sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unités graphiques : 1 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées.

1. Etude des limites de f en -∞ et +∞ avec justification.
 Quelle conséquence graphique peut-on en tirer pour la courbe **C**?

2. Etude des variations de f
   a) Calculer la fonction dérivée f de la fonction f, puis démontrer que, pour tout réel x, $f'(x)$ est du signe de $(-2x + 3)$.
   b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3. Représentations graphiques
   a) Déterminer l'abscisse du point d'intersection de la courbe **C** avec l'axe des abscisses.
   b) Déterminer une équation de chacune des tangentes (T) et (T ') à la courbe **C** aux points d'abscisses $\frac{3}{2}\, et\, \frac{1}{2}$.
   c) Tracer (T), (T ') et la courbe **C** dans le repère $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Partie C : Détermination d'une primitive et calcule d'aire

1. Vérifier que, pour tout réel x ; $f(x) = -f'(x) + 2e^{-x}$.

2. En déduire une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

3. Soit $I_n = \int_{\frac{1}{2}}^{n} f(x)dx$

   a) Calculer I_n en fonction de n.

   b) Déterminer $\lim_{+\infty} I_n$

   c) Interpréter le résultat obtenu.