Année Scolaire : 2009-2010

Examen : Bac Blanc

Proposé par :

Jemai Wajdi

www.tunisiamaths.com

Niveau : 4 éme Année Sciences Expérimentales

Exercice Un (Equation Différentielle)

1- Résoudre l'équation différentielle $2y'+y=0$ (E) , dont l'inconnue est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

2- On considère l'équation différentielle : $2y'+y=e^{-\frac{x}{2}}(x+1)$ (E')

a- . Déterminer deux réels m et p tels que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$

$\mathrm{f}(\mathrm{x})=e^{-\frac{x}{2}}(\mathrm{mx}^2+\mathrm{px})$ soit solution de (E')

b- Soit g une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Montrer que g est solution de l'équation (E') si et seulement si $(\mathrm{g}-\mathrm{f})$ est solution de l'équation (E). Résoudre l'équation (E').

3- Étudier les variations de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $\mathrm{h}(\mathrm{x})=\frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}}(x^2+2x)$

4- Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de la fonction h.

5- Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ on note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de h et (Γ) celle de la fonction : $x\mapsto e^{-\frac{x}{2}}$

a- Étudier les positions relatives de (Γ) et $(\mathscr{C})$

b- Tracer ces deux courbes sur un même graphique.

6- Calculer le volume $\mathscr{V}$ en unité de volume du solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la partie de $(\mathscr{C})$ pour $0\leq \mathrm{x}\leq 1$.

Exercice Deux (Nombres Complexes)

1-

a- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-z\sqrt{2}+1=0$

b- Ecrire chaque solution sous forme exponentielle.

2-

a- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(E_\alpha): e^{-i\alpha}z^2-z\sqrt{2}+e^{i\alpha}=0$ $\left(\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\right)$

b- On note z_1 et z_2 les solutions de l'équation (E_α) . Montrer que $z_1=e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}$ et $z_2=e^{i\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}$

3- Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ .On considère les points A et B deux points d'affixes respectifs z_1 et z_2

Calculer $Z=\frac{z_1}{z_2}$. En déduire que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O.

Exercice Quatre (Probabilité)

Une entreprise fabrique des moteurs électriques. A fin de vérifier la conformité des moteurs procède à deux tests : l'un de type mécanique, l'autre de type électrique. Un moteur est rejeté s'il possède au moins l'un des deux types de défaut. Un moteur est déclaré en parfait état de marche s'il ne possède aucun des deux types de défaut.

Une étude statistique de la production conduit à dégager les résultats suivants :

- La probabilité qu'un moteur soit défectueux pour le test mécanique est 0,08 ;
- La probabilité qu'un moteur soit défectueux pour le test électrique est 0,05 ;
- La probabilité qu'un moteur soit défectueux pour les deux tests est 0,02.

On prélève au hasard un moteur dans la production.

On appelle : D_M l'événement « Le moteur prélevé présente un défaut de type mécanique », D_E l'événement « Le moteur prélevé présente un défaut de type électrique ».

1-
   a- Les évènements D_M et D_E sont-ils indépendants ?
   b- Calculer la probabilité de l'événement D_M sachant que l'événement D_E est réalisé.

2-
   a- Calculer la probabilité de l'évènement A : « Le moteur prélevé présente au moins un défaut ».
   b- Démontrer que la probabilité de l'événement B : « Le moteur prélevé est en parfait état de marche » est 0,89.
   c- Déterminer la probabilité de l'événement C : « Le moteur prélevé présente un seul défaut ».

3- Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de types de défaut (électrique ou mécanique) présentés par le moteur.
   a- Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b- Déterminer la loi de probabilité de X.
   c- Calculer l'espérance mathématique E(X).
   d- Calculer la variance V(X) et en déduire l'écart type de X. On donnera les résultats à 10^{-2} près.

4- On prélève 12 moteurs au hasard dans la production (on assimile cette épreuve à un tirage de 12 pièces successivement avec remise). Calculer la probabilité de l'événement : « Il y a au moins un moteur défectueux parmi les 12 moteurs prélevés ».

Exercice Cinq (Fonction Logarithme Népérienne)

Soit la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=(1-\ln x)^2$

1- Etudier les variations de f.

2- On pose $g = f_{/I}$; $I=[e,+\infty[$

a- Montrer que g réalise une bijection de I sur J où J un intervalle à préciser.

b- Montrer que quelque soit $x\in J$ on a : $g^{-1}(x)=e^{-1+\sqrt{x}}$.

c- Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3- Pour tous $n\in\mathbb{N}^*$ on considère la suite $(I_n)_{n\geq 1}$ définie par : $I_n=\int_1^e (1-\ln x)^n\,dx$

a- Calculer I_1

b- A l'aide d'une intégration par partie, montrer que : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$

c- En déduire alors les valeurs de I_2 et I_3

d- Soit A et B deux points de $(\mathscr{C})$ d'abscisses respectives 1 et e et on note $\mathcal{V}$ le volume engendré par la rotation de l'arc $[\widehat{AB}]$ de la courbe $(\mathscr{C})$ autour de l'axe $(O,\vec{i})$. Montrer que $\mathcal{V}=\pi\times I_4$. Calculer alors I_4 puis $\mathcal{V}$.

Questionnaire à Choix Multiples

Cocher la bonne exacte (aucune justification n'est demandée)

Q1- Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2-\left(e^{i\theta}+e^{-i\theta}\right)z+i=0$	A- La somme des racines de (E) est égal a : $-\left(e^{i\theta}+ie^{-i\theta}\right)$ B- $e^{i\theta}$ est une solution de l'équation (E) C- Le produit des racines de (E) est égal a: 1	A- ☐ B- ☐ C- ☐
Q2- Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sqrt{6+\sin^2 x}$ alors :	A- $f'(x)=\dfrac{2\sin^2 x}{\sqrt{6+\sin^2 x}}$ B- $f'(x)=\dfrac{\sin 2x}{2\sqrt{6+\sin^2 x}}$ C- $f'(x)=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{6+\sin^2 x}}$	A- ☐ B- ☐ C- ☐
Q3- On suppose que la durée d'une conversation téléphonique, mesurée en minutes, suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda=0{,}1$. vous arrivez à une cabine téléphonique et juste à ce moment précis une personne passe devant vous. La probabilité que vous attendiez plus de dix minutes est à peu prés égal à :	A- $0,23$ B- $0,37$ C- $0,71$	A- ☐ B- ☐ C- ☐
Q4- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}\ln\left(\dfrac{e^x-1}{x}\right)$. Le centre de symétrie de (C) représentation graphique de f selon un repère cartésien est:	A- $I(0,1)$ B- $I(1,1)$ C- $I\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$	A- ☐ B- ☐ C- ☐