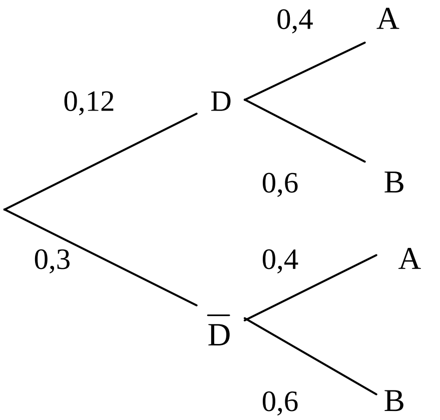
**Examen Bac Blanc 2009-2010** **Année Scolaire : 2009-2010**

**Proposé par : Jemai Wajdi** **Niveau : 4 éme Sciences**

## Questionnaire à Choix Multiple

**Q1-** On considère l'arbre pondéré ci-dessous. Quelle est la probabilité de $P_H(F)$ ?




☐ $p_A(D) = 0,12$

☐ $p_A(D) = 0,4$

☐ $p_A(D) = 0,03$

**Q2-** A tout nombre complexe z différent de -2 on associe le nombre complexe z' défini par $z' = \dfrac{z-4i}{z+2}$

L'ensemble des points M d'affixe z tels que |z'| = 1 est :

Un cercle ☐

Une droite ☐

Une droite privée d'un point ☐

**Q3-** Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. L'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{(x+1)^2}$ , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = 1 est égal à :

$-\dfrac{1}{2}$ ☐ $\quad 0$ ☐ $\quad \dfrac{1}{2}$ ☐

**Q4-** Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par : $f(x) = \ln(x) + 1$

$x \mapsto x\ln(x) + x$ ☐ $\quad x \mapsto x\ln(x)$ ☐ $\quad x \mapsto \dfrac{1}{x}$ ☐

## Premier Exercice : Equation Différentielle

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{9}{2}e^{-2x} - 3e^{-3x}$

### Partie A :

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = 3e^{-3x}$

1- Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + 2y = 0$

2- En déduire que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{9}{2}e^{-3x}$ est solution de (E').

3- Vérifier que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3e^{-3x}$ est solution de (E).

4- En remarquant que $f = g + h$, montrer que f est une solution de (E).

### Partie B :

On nomme $C_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.

1- Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ on a : $f(x) = 3e^{-2x}\left(\frac{3}{2} - e^{-x}\right)$

2- Déterminer la limite de f en $+\infty$ puis la limite de f en $-\infty$

3- Étudier les variations de la fonction f et dresser le tableau de variations de f.

4- Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $C_f$ avec les axes du repère.

5- Calculer $f(1)$ et tracer l'allure de la courbe $C_f$.

6- Déterminer l'aire A de la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe $C_f$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = 1. On exprimera cette aire en $cm^2$.

## Deuxième Exercice : Probabilité

Une entreprise d'autocars dessert une région montagneuse. En chemin, les véhicules peuvent être bloqués par des incidents extérieurs comme des chutes de pierres, des troupeaux sur la route, etc.

Un autocar part de son entrepôt. On note D la variable aléatoire qui mesure la distance en kilomètres que l'autocar va parcourir jusqu'à ce qu'il survienne un incident. On admet que la variable D suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{82}$ appelée aussi loi de durée de vie sans vieillissement.

On rappelle que la loi de probabilité est alors définie par : $P(D \leq A) = \int_0^A \lambda e^{-\lambda x}\,dx$

1- Calculer la probabilité pour que la distance parcourue sans incident soit :
   a- comprise entre 50 et 100 km
   b- supérieure à 300 km

2- Sachant que l'autocar a déjà parcouru 350 km sans incident, quelle est la probabilité qu'il n'en subisse pas non plus au cours des 25 prochains km ?

3- On veut déterminer la distance moyenne parcourue sans incident.

a- A l'aide d'une intégration par partie, calculer : $I(A)=\int_0^A \frac{1}{82}e^{-\frac{x}{82}}dx$ avec $A\geq 0$

b- Calculer la limite de I(A) lorsque A tend vers +∞ (cette limite représente la distance moyenne cherchée).

4- L'entreprise possède $N_0$ autocars. Les distances parcourues par chacun des autocars entre l'entrepôt et le lieu où survient un incident sont des variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi exponentielle de paramètre $\lambda=\frac{1}{82}$

On note $X_d$ la variable aléatoire égale au nombre d'autocars n'ayant subi aucun incident après avoir parcouru d km.

a- Montrer que $X_d$ suit une loi binomiale de paramètres N0 et $e^{-\lambda d}$

b- Donner le nombre moyen d'autocars n'ayant subi aucun incident après avoir parcouru d km.

## Troisième Exercice : Suite Intégrale

Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n=\int_0^{\frac{\pi}{6}} x^n\sin(3x)\,dx$

1-

a- Calculer $u_0=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin(3x)\,dx$

b- Montrer que $u_1=\int_0^{\frac{\pi}{6}}x\sin(3x)\,dx=\frac{1}{9}$

2- Sans calculer l'intégrale $u_n$

a- Montrer que pour tout entier naturel n, $0\leq u_{n+1}\leq u_n$ .En déduire que la suite $(u_n)$ est convergente.

b- Montrer que pour tout entier naturel non nul n , on a : $0\leq u_n\leq\frac{1}{n+1}$

c- En déduire la limite de la suite $(u_n)$

3-

a- En effectuant deux intégration par parties successives, montrer que :

$$u_{n+2}=\frac{n+2}{9}\left[\left(\frac{\pi}{6}\right)^{n+1}-(n+1)u_n\right]$$

b- Calculer alors $u_2$ et $u_3$

## Quatrième Exercice : Géométrie dans l'espace

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On donne le point $\mathrm{A}\left(1,-1,0\right)$ et le plan P dont une équation est : $x-y+z+1=0$

1-
   a- Vérifier que $\mathrm{A} \notin P$
   b- Déterminer une équation cartésienne du plan Q passant par A et parallèle à P.

2-
   a- Montrer que le point $\mathrm{H}\left(0,0,-1\right)$ est le projeté orthogonal de A sur P.
   b- Donner une équation cartésienne de la sphère S de centre H et de rayon $\sqrt{6}$
   c- Soit $\mathscr{C} = S \cap \mathrm{Q}$ .caractériser $\mathscr{C}$

3- Soit M un point de l'espace .Déterminer l'ensemble des points M de P tel que le triangle AHM soit isocèle et rectangle en H.

## Cinquième Exercice : Nombres Complexes

1-
   a- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $\left(\mathrm{E}\right): z^2-6z+12=0$ .On note $\mathrm{u}$ et $\overline{\mathrm{u}}$ les solutions de (E) où $\mathrm{Im}\left(u\right)\geq 0$
   b- Calculer le module et l'argument de $\mathrm{u}$. En déduire le module et l'argument de $\overline{\mathrm{u}}$

2-
   a- On pose : $\mathrm{z} = u - 4$. Ecrire ce nombre sous sa forme algébrique puis sous sa forme trigonométrique.
   b- Calculer l'argument de $\dfrac{\mathrm{u}}{\mathrm{u}-4}$. En déduire le module et l'argument de $\dfrac{\overline{\mathrm{u}}}{\overline{\mathrm{u}}-4}$

3- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\vec{\mathrm{i}},\vec{\mathrm{j}}\right)$. On note A le point d'affixe 4, le point B le point d'affixe 2 et C le point d'affixe 9. M et N les points d'affixes respectives $\mathrm{u}$ et $\overline{\mathrm{u}}$
   a- En interprétant géométriquement les résultats 2), démontrer que les points O, A, M et N sont sur un même cercle que l'on précisera.
   b- Démontrer que les points B, C, M et N sont sur un même cercle que l'on précisera.
   c- Construire les deux cercles ainsi les points M et N

**Bonne Chance !**