Lycée Souassi * * * **DEVOIR DE SYNTHESE N° 3** * * * *11/05/2012*	**SECTIONS :** 4ème *Sciences Expérimentales* **2** **EPREUVE :** *Mathématiques* **DUREE :** 3 *heures* **PROFESSEUR :** *M. Wissem Fligène*

EXERCICE N° 1: (4 points)

Une enquête a étudié l'évolution du nombre d'infirmiers diplômés d'Etat dans un pays depuis l'année 2001. Les résultats de cette enquête ont été transcrits dans le tableau ci-dessous et sont exprimés en milliers.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre y_i d'infirmiers (en milliers)	6,6	7	7,7	8,3	8,7	9	9,5	10	10,8	11,5

1. a. Représenter le nuage de points de cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unité graphiques :
   - Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour une année.
   - Sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour mille infirmiers.

   Tous les résultats seront arrondis au dixième.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G associé à cette série statistique et placer ce point sur le graphique

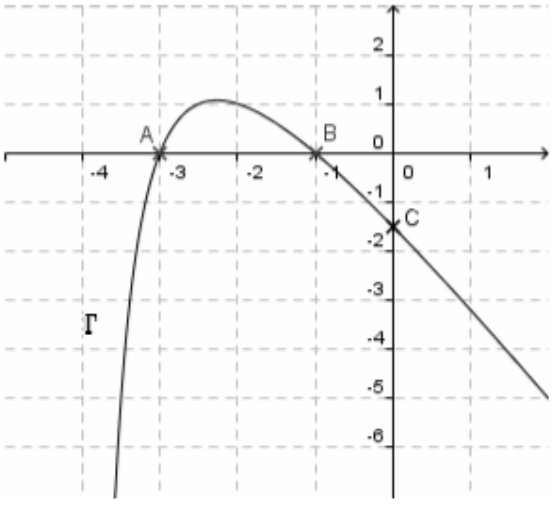
   c. L'allure du nuage permet-il d'envisager un ajustement affine ? Pourquoi ?
2. Déterminer un ajustement affine par la méthode de Mayer.
3. On admettra qu'on a un bon ajustement qui restera valable une dizaine d'années encore.
   a. Quel serait le nombre d'infirmiers en 2014 ?
   b. Déterminer en quelle année on comptera 15160 infirmiers.

EXERCICE N° 2: (4 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-4, +\infty[$.

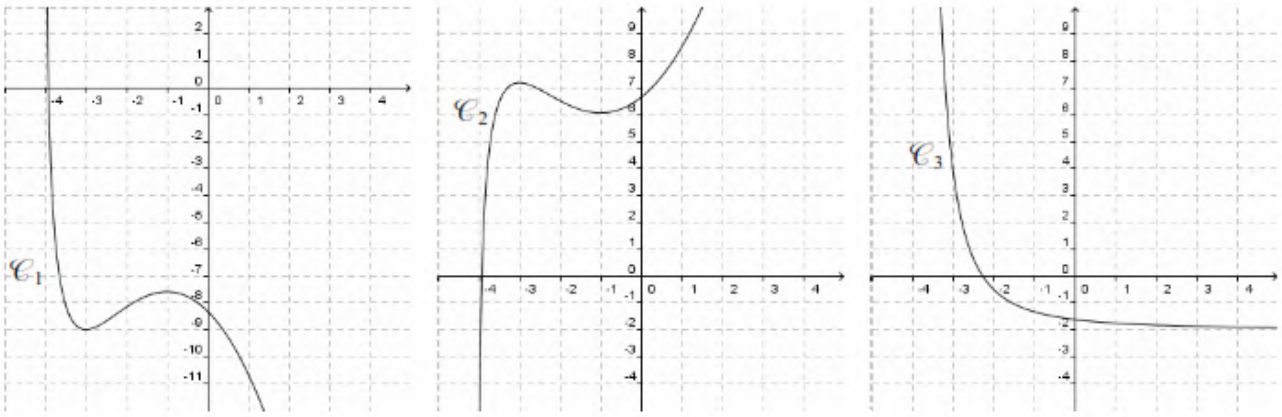
La courbe Γ ci-contre est la représentation graphique dans un repère orthogonal de f', la fonction dérivée de f sur $]-4, +\infty[$.

Cette courbe Γ passe par les points $A(-3\,;0)$, $B(-1\,;0)$ et $C(0\,;\,-1{,}5)$.



Partie A

1. A l'aide de la représentation graphique de f', déterminer $f'(0)$ et $f'(-3)$.
2. Trois courbes sont présentées ci-dessous. Une seule de ces trois courbes peut représenter la fonction f. Déterminer laquelle , en justifiant votre réponses :



Partie B

On suppose qu'il existe deux entiers relatifs a et b tels que, pour tout réel $x \in]-4, +\infty[$, on a $f(x) = ax^2 + b\ln(x+4)$.

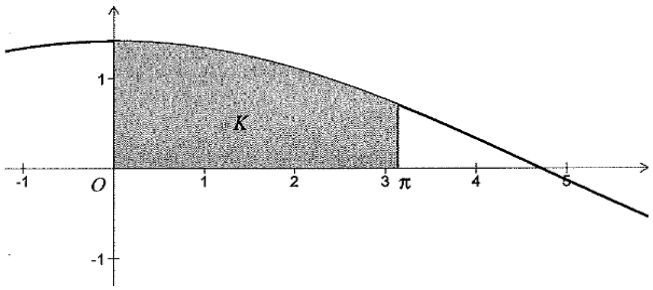
1. a. Soit $x \in]-4, +\infty[$. Exprimer $f'(x)$ en fonction de x, a et b.
   b. Déduire des questions précédentes que $a = -1$ et $b = -6$.
2. On considère l'intégrale $I = \int_{-3}^{-1} f'(x)dx$.
   a. Calculer la valeur exacte de I.
   b. Donner une interprétation géométrique de I.

<u>EXERCICE N° 3</u>: (3 points)

On considère l'équation différentielle notée : $(E): y'' + \frac{1}{9}y = 0$

Où y désigne une fonction de la variable réelle définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et où y'' désigne sa dérivée seconde.

1. Résoudre l'équation (E).
2. Déterminer l'expression de la fonction f solution de l'équation (E) qui vérifie les conditions et $f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 1$ et $f'(3\pi) = 0$
3. On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f, dans un repère orthogonal du plan. On note K la partie du plan comprise entre la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \pi$.



a) Justifier que pour tout nombre réel x, $[f(x)]^2 = 1 + \cos\left(\frac{2}{3}x\right)$.

b) On considère le solide S engendré par la rotation de la partie K autour de l'axe des abscisses. Calculer la valeur exacte, en unité de volume, du volume V du solide S.

EXERCICE N° 4: (5 points)

Soit la fonction f définie sur $]-\infty, 0]$ par $f(x) = \sqrt{1-e^x}$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter le résultat.
2. On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f.

x	$-\infty$		0
f'(x)		−	‖
f(x)	1	↘	0

Tracer (C). (On précisera la demi-tangente à (C) en O)

3. a. Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty, 0]$ sur $[0,1[$.

(On notera f^{-1} la fonction réciproque de f et (Γ) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$).

b. Tracer (Γ). (On précisera la demi-tangente à (Γ) en O).

4. a. Montrer que, pour tout $x \in [0,1[$. $f^{-1}(x) = \ln(1-x^2)$.

b. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (x-1)\ln(1-x) + (x+1)\ln(x+1) - 2x$ est une primitive de f^{-1} sur $[0,1[$.

c. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe (Γ) et les droites d'équations

$y = -\ln 2$; $x = 0$ et $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

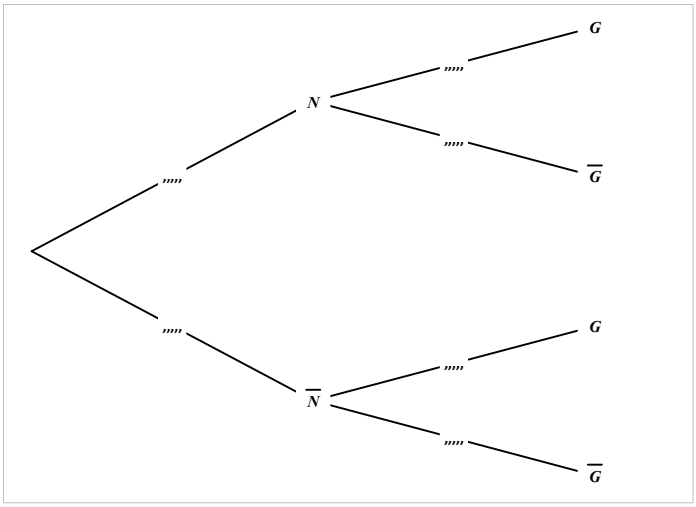
d. En déduire la valeur de $\int_{-\ln 2}^{0} \sqrt{1-e^x}\,dx$

EXERCICE N° 5: (4 points)

Un jeu consiste à tirer simultanément 4 boules indiscernables au toucher d'un sac contenant une boule noire et 9 boules blanches, puis lancer un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.
Si la boule noire est tirée, il faut obtenir un nombre pair avec le dé pour gagner.
Si la boule noire n'est pas tirée, il faut obtenir un six avec le dé pour gagner.
On appelle N l'événement « la boule noire figure parmi les boules tirées » et G l'événement « le joueur gagne »

1. a. Déterminer la probabilité de l'événement N.

b. Recopier puis compléter l'arbre de probabilité suivante :



c. Démontrer que la probabilité de G est $\frac{3}{10}$.

d. Le joueur ne gagne pas. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré la boule noire ?

2. Pour jouer à ce jeu, le joueur participe avec 2,4 dinars.
   Si le joueur gagne, il reçoit 4 dinars.
   S'il ne gagne pas et il a tiré la boule noire, le joueur récupère son argent.
   S'il ne gagne pas et il n'a pas tiré la boule noire, le joueur perd son argent.
   On appelle X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance mathématique de X. interpréter.
3. Soit n un entier naturel non nul.
   On joue n fois à ce jeu sachant qu'après chaque partie les boules sont remises dans le sac.
   Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une fois est supérieur à 0,999.