| | |
|---|---|
| *Lycée Azeiz El Khouja de Kélibia* | ***Section*** *: Sciences expérimentales 3 et 4* |
| | ***Durée*** *: 3 heures* |
| ***BAC BLANC*** | ***Professeurs*** *: M.Chérif - M.Chkili* |
| *Mathématiques* | |

***Exercice 1*** *( 1,5 points ) : Choisir la bonne réponse sans justification*

1- *Soit X une variable aléatoire égal au temps mis , en minutes , par un élève pour arriver de son domicile au lycée .On suppose que X suit une loi de probabilité uniforme définie sur* $[5,20]$ *. La probabilité pour que cet élève arrive au lycée en moins de dix minutes est :*

**2/3** **1/3** **1/2**

2- *Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 3 et 0,4 alors la probabilité de l'évènement ( Y >2 ) est :*

$(0,4)^3$ $(0,6)^3$ $C_3^2(0,4)^2(0,6)$

3- *Le point moyen d'une série statistique (X,Y) est G(60,7) . Le nuage de cette série est ajusté par la droite D : Y=0,2 X+a . Alors a=*

**0,5** **5** **-5**

***Exercice 2*** *( 4 points ) : Soit l'équation différentielle (E) :* $y' + y = e^{-x}$

1- *Vérifier que la fonction* $g : x \rightarrow x\, e^{-x}$ *est une solution de (E)*

2- *Soit l'équation différentielle* $(E_0)$ *:* $y' + y = 0$

a- *Montrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction (f – g) est solution de* $(E_0)$

b- *Résoudre dans IR , l'équation* $(E_0)$

c- *Déduire que toute solution f de (E) s'écrit sous la forme* $f(x) = x\, e^{-x} + k\, e^{-x}$ $(k \in IR)$

d- *Trouver la solution f de (E) tel que f(0)=1.*

***Exercice 3*** *( 4 points) : Le tableau suivant donne L'allongement d'un ressort ( en cm ) en fonction de la masse qui lui est accrochée ( en Kg ) .*

| **X (Kg)** | 0,3 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Y (cm)** | 21 | 22 | 24 | 26 | 28 |

1- *Représenter dans un repère orthogonal , le nuage de points de cette série statistique .*

2- a) Calculer $\bar{X}$ , $\bar{Y}$ , $V(X)$ , $V(Y)$ et $COV(X,Y)$ . Préciser sur le graphique le point moyen G .

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y. Que peut-on conclure ?

3- a) Donner une équation de la droite de régression de Y en X .

b) Que sera l'allongement du ressort lorsqu'on lui accroche une masse de 2550 g ?

**Exercice 4** ( 6,5 points ) : Le graphique ( en annexe) représente la courbe d'une fonction $f$ . T est la tangente au point $A( 0 ,\frac{1}{2} )$ .

Le point A est un centre de symétrie de $C_f$ .

$C_f$ possède deux asymptotes horizontales.

1- Répondre en se basant sur le graphique aux questions suivantes :

a- Préciser $f(0)$ et $f'(0)$

b- Préciser $\lim_{+\infty} f$ et $\lim_{-\infty} f$

c- Prouver que $f(x) + f(-x) = 1$

d- Prouver que $f$ est une bijection de IR sur un intervalle J

2- On suppose que $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ , $x \in IR$ .

a- Déterminer une primitive F de $f$ sur IR

b- Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

3- On pose $h(x) = \dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ , $x \in IR$ .

a- Prouver que $\lim_{+\infty} h(x) = 1$

b- Dresser le tableau de variation de h

c- Vérifier que $f(x) - h(x) = 1 - f(x)$

d- Déduire la position de $C_f$ par rapport à $C_h$

e- Tracer $C_h$ dans le même repère que $C_f$ .

4- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par $C_f$ , $C_h$ et les droites d'équations : $x=0$ et $x=1$

**Exercice 5** ( 4 points ) : On pose $u_n = \int_0^1 (1+x^n)e^x\,dx$ et $v_n = \int_0^1 x^n e^x\,dx$ , $n \in IN^*$

a) Montrer que $u_n = v_n + e - 1$

b) Prouver que $v_n \geq 0$

c) *Etudier la monotonie de la suite* $(v_n)$ *et déduire qu'elle est convergente .*

d) *Vérifier que pour tout* $x \in [0,1]$ *on a* $1 \leq e^x \leq e$ *.*

e) *Déduire que* $\frac{1}{n+1} \leq v_n \leq \frac{e}{n+1}$

f) *Calculer* $lim_{+\infty} u_n$ *.*

*ANNEXE ( Feuille à compléter et à rendre )*