Exercice 1 (5 pts)

Le tableau suivant donne la distance de freinage d (en mètres) d'une voiture, en fonction de sa vitesse v (en kilomètres par heure)

v (km/h)	30	40	50	60	70	80
d (mètres)	42	60	80	90	95	110

- On note $\overline{v}$ et $\overline{d}$ les moyennes respectives de v et d. On note $V(v)$ et $V(d)$ les variances respectives de v et d.
- On note $cov(v, d)$ la covariance de v et d.

1°) Calculer $\overline{v}$, $\overline{d}$, $V(v)$, $V(d)$ et $cov(v, d)$.

2°) Calculer le coefficient de corrélation entre v et d. Y-a-t-il forte corrélation entre v et d.

3°) soit Δ la droite de régression de d en v. Donner l'équation de la droite Δ ,puis Calculer la distance de freinage lorsque la voiture roule à 100km/h.
4°) La vitesse de la voiture est de 140 km/h, lorsque le conducteur, roulant suivant une ligne droite, aperçoit un obstacle situé à une distance de 200 mètres.
Pourrait –il alors éviter cet obstacle sachant qu'il met une seconde pour appuyer sur les freins ?

Exercice 2 (4 pts)

1°) Déterminer la solution de l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = 0$, qui prend la valeur 1 en 0.

2°) Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, telle que

$f(0) = ln2$, et soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x}\,g(x)$.

Calculer $g(0)$. Calculer $f'(x)$ en fonction de $g'(x)$ et de $g(x)$.

3°) Soit l'équation différentielle (E') : $y' - 2y = \frac{-2}{1+e^{-2x}}$.

Montrer que f est une solution de (E')si et seulement si , $g'(x) = \frac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$.

4°) En déduire l'expression de $g(x)$, puis celle de $f(x)$ de telle sorte que f soit solution de (E').

Exercice 3 (5pts)

Une urne contient 10 boules : n boules blanches et $(10 - n)$ boules noires $(n \geq 2)$. Tous les tirages effectués sont équiprobables. On fait tirer par un joueur une première boule, puis une seconde sans remettre la première dans l'urne. Pour chaque boule blanche tirée il gagne un dinar, mais pour chaque noire, il perd deux dinars.

On note B_1 l'événement « la 1ere boule est blanche » ; B_2 l'événement « la 2ere boule est blanche » ; N_1 l'événement « la 1ere boule est noire » ; N_2 l'événement « la 2ere boule est noire ».

1°) Dans cette question seulement n est fixé égal à 6.

Déterminer les probabilités suivantes $p(B_1)$, $p(N_2)$, $p(N_2/B_1)$ et $p(B_1/N_2)$.

2°) Soit X la variable aléatoire égale au égale au gain (positif ou négatif) perçu à l'issue du jeu.

a)Donner la de probabilité de X (les résultats seront exprimés en fonction de n).

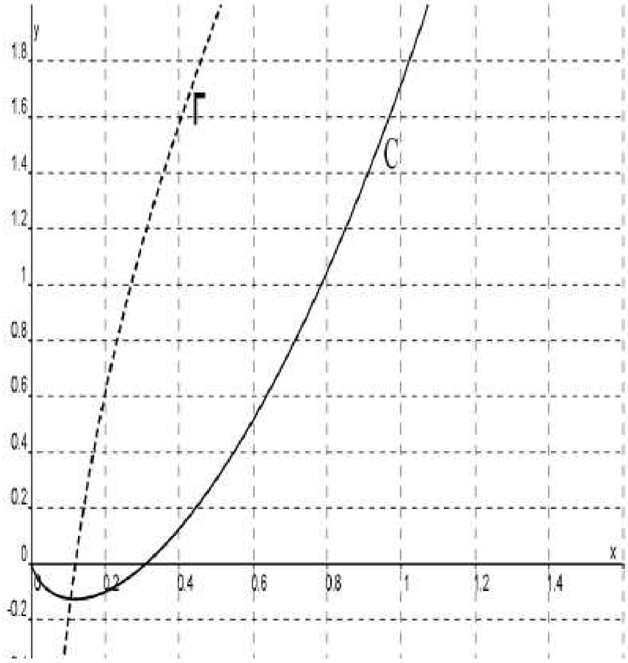
b) Calculer, en fonction de n, l'espérance mathématique du gain du joueur.

3°) Pour quelles valeurs de n le jeu est-il favorable au joueur ?

__Exercie 4__ (6 pts)

Dans le graphique ci-contre : C et Γ sont les courbes représentatives dans un repère orthogonal. D'une fonction h dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et de sa fonction dérivée h'.

Chacune des deux courbes C et Γ possède une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$. Γ possède une asymptote d'équation $x = 0$.



a) Déterminer, parmi les courbes C et Γ, celle qui représente la fonction h'.

b) Montrer que l'équation $h'(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}_+^*$ une solution unique α. Puis dresser le tableau de variation de h.

c) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}_+^*$ une solution unique β.
Vérifier que $0,2 < \beta < 0,4$ et préciser le signe de $h(x)$ $pour\ x > 0$.

2°) On admet que la fonction h définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = e^x - 1 + x\ln x$.

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = (1 - e^{-x})\ln x \ si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

a)Vérifier que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x\,e^x}$ et dresser le tableau de variation de f.

b) Construire la courbe $\mathcal{C}_0$ (on prend $\beta \approx 0,3$).

3°) Pour tout $x \in [0;+\infty[$, on pose $\varphi(x) = \int_1^{2x} f(t)dt$. $\mathcal{C}_1$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Prouver que Pour tout $x \in [0;+\infty[$ $\varphi(x) \geq 0$.

b) On suppose que $x \geq \frac{1}{2}$, Montrer que pour tout $t\ vérifiant\ 1 \leq t \leq 2x$, $on a : 1 - e^{-t} \geq \frac{1}{2}$.

c)En déduire que pour $x \geq \frac{1}{2}$, on a l'inégalité $\varphi(x) \geq x\ln 2x - x$.

Calculer alors $\lim\limits_{+\infty} \varphi(x)$ et $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{\varphi(x)}{x}$

4°)a) Montrer que φ est dérivable sur $[0;+\infty[$ et calculer $\varphi'(x)$.

b) Dresser alors un tableau de variations de φ (sans calculer $\varphi(0)$) .Donner l'allure de $\mathcal{C}_1$ (On prend $\varphi(0) \approx 0,2$)