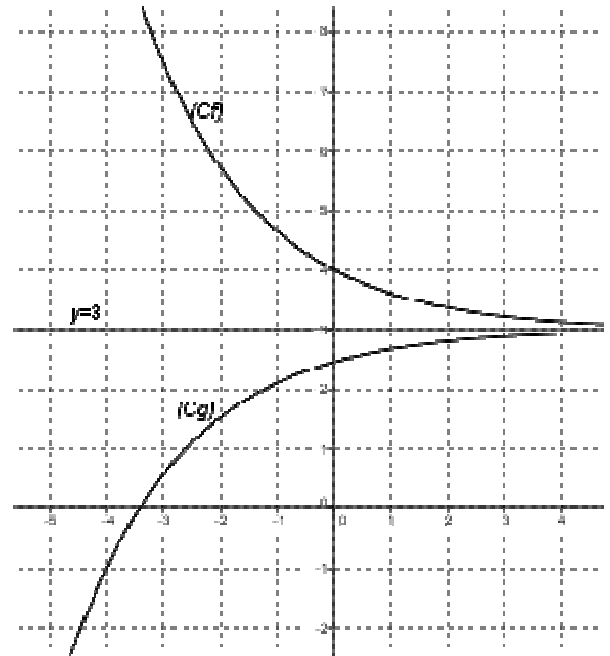


Exercice 1: (4 points)

Les courbes ci-contre représentent dans un repère orthonormé deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} et solutions de l'équation différentielle (E) : $y' = -\frac{1}{2}y + b$

- Chacune des courbes admet une branche infinie parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées
- La droite d'équation $y=3$ est une asymptote à chacune des courbes
- $(0,4)$ est un point de (C_f)
- $(-4, -1)$ est un point de (C_g)



- 1) Résoudre (E)
- 2) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et en déduire que $b = \frac{3}{2}$
b) Déterminer $f(x)$ pour tout réel x
- 3) a) Montrer que pour tout réel x , $g(x) = 3 - 4e^{-\frac{x+4}{2}}$
b) Par lecture graphique, justifier que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on précisera
c) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout réel x de J

Exercice 2 :(5 points)

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre hebdomadaire de visiteurs à un site internet au cours des huit premières semaines à partir de sa création. X étant le rang de la semaine et Y étant le nombre de visiteurs

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	205	252	327	349	412	423	441	472

On donne en annexe le nuage de points associé à la série statistique (X, Y)

- 1) a) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer (en annexe)
b) Que peut on déduire de la forme du nuage ?
c) Déterminer une équation de la droite de D de régression linéaire de Y en X (Les coefficients seront arrondis à l'unité)
d) Tracer la droite D
e) Estimer le nombre de visiteurs lors de la dixième semaine à partir de la création du site
- 2) En remarquant que l'augmentation du nombre de visiteurs est plus faible pendant les dernières semaines ,on peut penser à un ajustement logarithmique entre X et Y

On pose $Z = \ln(X)$ et on donne le tableau suivant :

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Z	0	0.693		1.386	1.609		1.946	2.079

- a) Compléter le tableau (les résultats sont arrondis à 10^{-3})
- b) Montrer qu'un ajustement affine de la série (Z, Y) par les moindres carrés est justifié
- c) Montrer qu'une équation de la droite de Δ de régression linéaire de Y en Z est :
 $Y = 133 Z + 184$ (Les coefficients sont arrondis à l'unité)
- d) Estimer le nombre de visiteurs lors de la dixième semaine suivant ce modèle d'ajustement
- e) Déterminer selon ce modèle le rang de la semaine au cours de la quelle le nombre prévisible de visiteurs dépassera 600.

Exercice 3 : (5 points)

Un magasin vend des moteurs électriques tous identiques. Une étude statistique du service après vente a permis d'établir que la probabilité qu'un moteur tombe en panne pendant la première année d'utilisation est égale à 0,12.

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-3}

I) Une entreprise achète 20 moteurs électriques dans ce magasin de façons identiques et indépendantes.

- 1) Calculer la probabilité de l'événement A « deux moteurs exactement tombent en panne durant la première année d'utilisation »
- 2) Montrer que la probabilité de l'événement B « au moins 19 des moteurs ne tombent pas en panne au cours de la première année d'utilisation » est 0,289

II) On admet que la durée de vie sans panne, exprimée en années, de chaque moteur est une variable aléatoire Y qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$

- 1) Exprimer $p(Y \leq 1)$ en fonction de λ . En déduire la valeur de λ .

Pour la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0,128$.

- 2) Quelle est la probabilité qu'un moteur dure plus de 6 mois ?
- 3) Un moteur n'a pas tombé en panne au bout d'une année. Calculer la probabilité qu'il dure plus de 4 ans

Exercice 4 : (6 points)

I) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2e^{-x}$ et (C) sa courbe dans un repère orthonormé donnée en annexe

- (C) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées
- La droite d'équation $y=0$ est une asymptote à (C)
- (C) admet deux tangentes horizontales respectivement aux points d'abscisses 0 et 2

1) Par lecture graphique

a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Dresser le tableau de variations de f

2) A l'aide d'une double intégration par parties, montrer que $\int_0^1 f(x)dx = 2 - 5e^{-1}$

II) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = xe^{-x^2}$. On note (Cg) sa courbe dans le même repère donné en annexe

1) Montrer que g est impaire

2) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$

b) Montrer que pour tout réel x , $g'(x) = (-2x^2 + 1)e^{-x^2}$

c) Dresser le tableau de variations de g sur $[0, +\infty[$

3) Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = f(x) - g(x)$. On donne ci-dessous tableau de variations de la fonction h . α et β sont deux réels tels que $\alpha \in]0,1[$ et $\beta \in]2,3[$

x	$-\infty$	0	α	1	β	$+\infty$
$h(x)$	↘ 0		↗ 0	↘ $h(\beta)$		↘ 0
			$h(\alpha)$			

En déduire la position de (C) par rapport à (Cg)

4) Tracer (Cg) (Dans la feuille annexe)

5) a) Montrer que $\int_0^1 g(x)dx = \frac{1-e^{-1}}{2}$

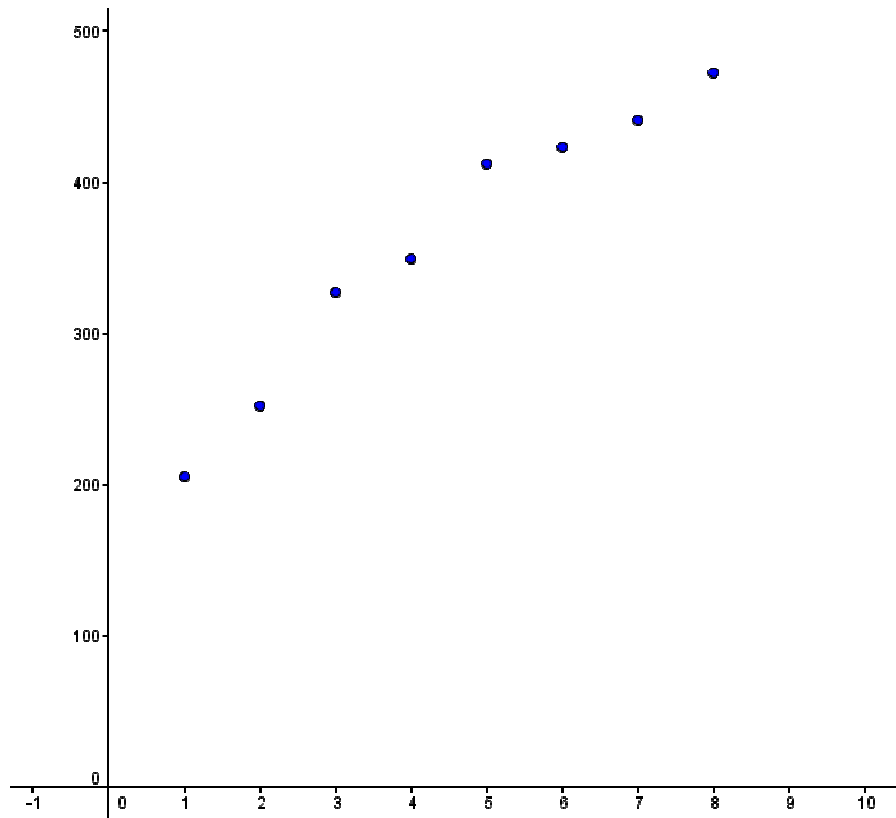
b) En déduire l'aire en (u. a) de la partie du plan limitée par (C), (Cg), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$

Feuille annexe (A rendre avec la copie)

Nom.....

Prénom.....

Exercice 3



Exercice 4

