DIRECTION REGIONALE DE L'EDUCATION DE BEJA		DEVOIR DE SYNTHESE COMMUN $3^{ème}$ TRIMESTRE	
SECTION	**MATHEMATIQUES**		
EPREUVE	**MATHEMATIQUES**	**DUREE : 4h**	**ANNEE SCOLAIRE : 2009 - 2010**

Le sujet comporte 3 pages.

Exercice n°1 (03 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

I) Dans un aéroport, la durée d'attente X mesurée en minutes pour l'enregistrement des bagages suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{10}$.

La probabilité que l'attente dépasse une heure est égale à :

a/ $e^{-\frac{1}{10}}$ **b/** $1 - e^{-6}$ **c/** e^{-6}

II) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+2} =$

a/ $+\infty$ **b/** $-\infty$ **c/** 0

III) Soit $F(x) = \int_1^{\ln(x)} (x\sqrt{t}\, e^{-t})dt$. F est dérivable sur $[1; +\infty[$ et on a :

a/ $F'(x) = x\sqrt{x}e^{-x}$ **b/** $F'(x) = \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x} + \int_1^{\ln(x)} \sqrt{t}\, e^{-t}dt$ **c/** $F'(x) = \frac{\ln(x)\sqrt{\ln(x)}}{x}$

IV) Dans le tableau statistique suivant, X désigne la température moyenne extérieure en 24 heures et Y désigne la consommation de pétrole de chauffage pour les mêmes 24 heures pour une famille donnée.

X en degré	-2	0	4	8	10
Y en litre	40	30	20	15	10

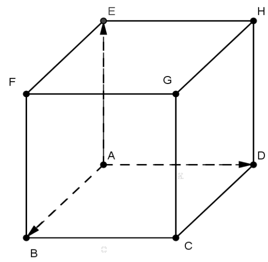
1) La valeur de coefficient de corrélation est

a/ r = 0,99 **b/** r = 0,97 **c/** r = - 0,97

2) L'équation de la droite de régression de Y en X est :

a/ Y = 32,23X – 2,3. **b/** Y = - 2,3X + 32,23. **c/** Y = X.

Exercice n°2 (04 points) :



ABCDEFGH est un cube d'arête 1
On munit l'espace du repère orthonormé direct
$\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

L, I et K sont les points définies par : $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

et $\overrightarrow{CK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CG}$

1. a) Vérifier que $\overrightarrow{EI} \wedge \overrightarrow{EL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{9}{4}\overrightarrow{AE}$

b) En déduire l'aire du triangle LEI.

c) Montrer que la droite (AK) est perpendiculaire au plan (LEI).

2. a) Calculer le volume du tétraèdre ELIK

b) En déduire la distance du point K au plan (LEI).

3. Soit h l'homothétie de centre G et de rapport $\left(-\frac{1}{2}\right)$

Soit S la sphère de centre C et passant par G.

a) Déterminer S' l'image de S par l'homothétie h.

b) Montrer que (EHF) est le plan tangent commun à S et à S' au point G.

Exercice n°3 (03,5 points) :

1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E_1) : y' – y = 0.

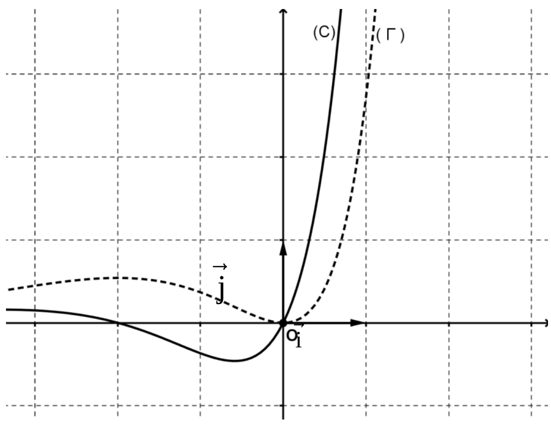
2. On considère la fonction u définie par : $u(x) = (x^2 + 1)e^x$.

a) Montrer que la fonction u est une solution de l'équation différentielle (E_2) : $y' - y = 2xe^x$.

b) Montrer qu'une fonction g est solution de (E_2), si et seulement si, (g – u) est une solution de l'équation (E_1).

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E_2).

3. On donne dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les courbes (**C**) et **(Γ)** représentatives de deux fonctions définies et dérivables sur IR.
On sait que l'une de ces fonctions est la fonction dérivée de l'autre, on peut donc les noter h et h'.



a) Associer à chacune des fonctions h et h' sa représentation graphique. Justifier votre réponse.

b) Sachant que la fonction h est une solution de l'équation (E_2), Déterminer l'expression de h(x).

c) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par les courbes (**C**), **(Γ)** et les droites d'équations : x = - 2 et x = 0.

Exercice n°4 *(04 points) :*

Une équipe de football participe chaque année à deux tournois l'un concerne la coupe et l'autre concerne le championnat.
La probabilité pour que cette équipe gagne le championnat est de 0,4, celle que cette équipe gagne la coupe quand elle a gagné le championnat est de 0,7 et la probabilité que cette équipe gagne la coupe quand elle n'a pas gagné le championnat est de 0,3.
On considère les évènements suivants :
B : " L'équipe gagne le championnat "
C : " L'équipe gagne la coupe "

1. **a)** Donner un arbre pondéré qui illustre les données ci-dessus.
b) Calculer la probabilité pour que cette équipe ne gagne ni le championnat ni la coupe.
c) Calculer la probabilité pour que cette équipe gagne la coupe.

2. La fédération de football consacre 200 milles dinars pour l'équipe qui remporte le championnat et 100 milles dinars pour l'équipe qui remporte la coupe.
Quel est le revenu moyen de cette équipe ?

3. Cette équipe participe 5 années successives à ces deux tournois, le résultat de chaque année est indépendant des résultats des autres années.
Calculer la probabilité pour que cette équipe remporte au moins deux fois le doublé : coupe et championnat.

Exercice n°5 *(05,5 points) :*

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = (x + 1)^2e^{-x}$.
On note (**C**) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm).

1. **a)** Dresser le tableau de variation de f.
b) Tracer la courbe(**C**).
c) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe (**C**) et les droites x = -1; x = 1 et y = 0.

2. Dans toute la suite, et pour tout $n\in IN^*$, on définit les fonctions F_n et f_n sur IR respectivement par :

$$F_n(x) = \int_{e^{-x}}^{e} (1-\ln(t))^n dt \quad \text{et} \quad f_n(x) = (x+1)^n e^{-x}.$$

a) Montrer que F_n est dérivable sur IR et déterminer $F'_n(x)$.

b) En déduire que pour tout $x\in IR$ on a : $F_n(x) = \int_{-1}^{x} f_n(t)dt$ et que : $\int_{e^{-1}}^{e} (1 - \ln(t))^2 dt = \dfrac{2e^2 - 10}{e}$.

3. **a)** Montrer que pour tout $n\in IN^*$ et pour tout $x\in IR$ on a : $F_{n+1}(x) = (n+1)\, F_n(x) - f_{n+1}(x)$.

b) Montrer que pour tout $n \geq 3$ et pour tout $x\in IR$ on a : $F_n(x) = \dfrac{n!}{2}F_2(x) - \sum_{k=3}^{n} \dfrac{n!}{k!} f_k(x)$

c) En déduire que : $\int_{e^{-1}}^{e} (1 - \ln(t))^n dt = F_n(1) = \dfrac{n!}{e}\left[e^2 - 5 - \sum_{k=3}^{n} \dfrac{2^k}{k!} \right]$