

|                                      |  |  |
|--------------------------------------|--|--|
| <b>Lycée Majida Boulila<br/>Sfax</b> | <b><u>Devoir de synthèse de<br/>mathématique n°3</u><br/>4<sup>ième</sup> Tech</b> | <b>14 /05 /2010<br/>Durée : 3 heures<br/>M JARRAYA MAHER</b> |
|--------------------------------------|--|--|

**EXERCICE N°1**(4,5 pts)

La production nette d'électricité nucléaire en un pays, en milliards de KWh, est donnée par le tableau suivant :

|                     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Année $x_i$         | 85  | 90  | 95  | 96  | 97  | 98  | 99  |
| Production<br>$y_i$ | 213 | 298 | 359 | 378 | 376 | 368 | 382 |

- Le plan est rapporté à un repère orthogonal. On placera 84 à l'origine et on choisira 1 cm pour 1an  
Sur l'axe des ordonnées, on placera 200 à l'origine et 1cm pour 20 milliards de KWh
  - Représenter le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i ; y_i)$  .
  - Quelle sont les coordonnées du point moyen G
  - Calculer  $\sigma_x \sigma_y ; Cov(x ; y)$
  - Calculer le coefficient de corrélation linéaire de  $(x ; y)$  interpréter
- En utilisant la méthode des moindres carrés donner l'équation de droite de régression de y en x
- En supposant que le modèle affine reste valable jusqu'à 2020 . Donner une estimation de la production d'électricité nucléaire pour l'année 2020
- On pose  $Z = \ln x$  . Compléter le tableau des valeurs

|                 |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------|--|--|--|--|--|--|--|
| $Z_i = \ln x_i$ |  |  |  |  |  |  |  |
| $y_i$           |  |  |  |  |  |  |  |

- Trouver la droite de régression de y en Z et donner une estimation de la production en 2020

**EXERCICE N°2**(2 pts)

Indiquer la réponse correcte

- X variable aléatoire qui suit une loi continue uniforme de probabilité sur  $[0; 1]$ 
  - $P(X \geq 6) = 0,6$
  - $P(X \geq 0,6) = 0,4$
  - $P(X \geq 0,6) = \frac{0,4}{0,6}$
- Y variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p.  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $V(Y) = 0,8$  et  $E(Y) = 1$  alors
  - n=5
  - n=4
  - n=8

**EXERCICE N°3** (7,5 pts)

Soit la fonction g définie et dérivable sur  $]0, +\infty[$  dont la représentation graphique est donnée en annexe

La courbe Cg admet une branche parabolique de direction  $D(O, \vec{i})$

La droite  $\Delta x=0$  est une asymptote verticale à Cg

La droite T est la tangente à Cg au point A(1,1)

- Par lecture graphique
  - Déterminer  $g'(1)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$
  - Dresser le tableau de variation de g sur  $]0, +\infty[$
- On suppose que  $g(x) = \ln x + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$  avec a et b deux réels
  - Montrer que  $g(x) = \ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$  pour tout  $x \in ]0, +\infty[$

- b. Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $]0, +\infty[$  sur un intervalle que l'on précisera
- c. Montrer que  $g(x)=0$  admet dans  $]0, +\infty[$  une solution unique  $\alpha$  et que  $0,5 < \alpha < 0,6$
- d. En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $]0, +\infty[$
3. Construire la courbe de la fonction réciproque de  $g$  dans le même repère
4. Soit  $I = \int_{\alpha}^1 \ln x dx$  montrer que  $I = 1 + \alpha - \frac{1}{\alpha}$
5. En déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de  $g$ , l'axe des abscisses et les droites  $x=\alpha$  et  $x=1$
6. Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = e^x \left( \frac{1}{x} + \ln x \right)$ 
  - a. Montrer que  $f'(x) = e^x g(x)$
  - b. Dresser le tableau de variation de  $f$
  - c. Tracer la courbe de  $f$  dans un autre repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
  - d. En déduire la valeur  $K = \int_{\alpha}^1 f(x) dx$  montrer que  $k = -e^{\alpha} \ln \alpha$

#### **Exercice n°4** (6 pts)

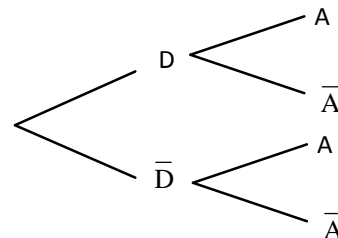
Une entreprise fabrique des pièces électroniques, 5% des pièces sont défectueuses

Une étude statistique montre que lors des contrôles de qualité des pièces.

96% des pièces bonnes sont acceptées et 98% des pièces défectueuses sont rejetées. On choisie une pièce au hasard de la production

On considère les épreuves A « la pièce choisie est de acceptée » et D « la pièce est défectueuse »

1. Compléter l'arbre pondéré de probabilité suivante :



2. Montrer que  $p(D) = 0,913$ ,
3. Quelle est la probabilité s'il y ait une erreur de contrôle
4. Quelle est la probabilité que la probabilité que la pièce soit bonne sachant qu'elle est rejetée
5. On considère un lot de 8 pièces Soit  $X$  la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de pièces de défectueuses
  - a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - b) Calculer la probabilité d'événements suivants  $E$  « Au plus une pièce est défectueuses »
6. La durée de vie  $Y$  en années d'une pièce exprimés en années suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,125$

Calculer la probabilité qu'une pièce tombe en pannes entre 18 mois et 2 ans.

**Non et prenons.....**

