Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes indiquer la réponse correcte.

1) La composée d'une symétrie centrale et d'une translation du plan est une symétrie :

a) axiale b) centrale c) glissante

2) Soit ABC un triangle équilatéral direct et f est un antidéplacement tel que $f(A) = B$ et $f(B) = C$ alors $f\ o\ f$ est :

a) une translation b) une symétrie glissante c) l'identité du plan

3) Soit f l'application du plan dans lui même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = \overline{z} - i$ alors f est une :

a) symétrie centrale b) symétrie axiale c) symétrie glissante

Exercice 2 (4 points)

Ci-dessous, on représenté dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ la courbe **($\mathcal{C}$)** de la fonction définie sur $\left[\frac{1}{e}\ ,\ e\right]$ par $f(x) = (\ln x)^3 - 3\ln x$ et les demi- tangentes à la courbe ($\mathcal{C}$) aux points d'abscisses respectives $\frac{1}{e}$ et e.

1) a) En utilisant le graphique, justifier que f réalise une bijection de $\left[\frac{1}{e}\ ,\ e\right]$ sur $[-2\ , 2]$.

b) Tracer dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ la courbe ($\mathcal{C}'$) de la fonction f^{-1} réciproque de f , on précisera ses demi- tangentes aux points d'abscisses -2 et 2

2) Soit la suite $(a_n)_{n\geq 1}$ définie par $a_n = \int_1^e (\ln x)^n\, dx$

a) Calculer a_1

b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$;

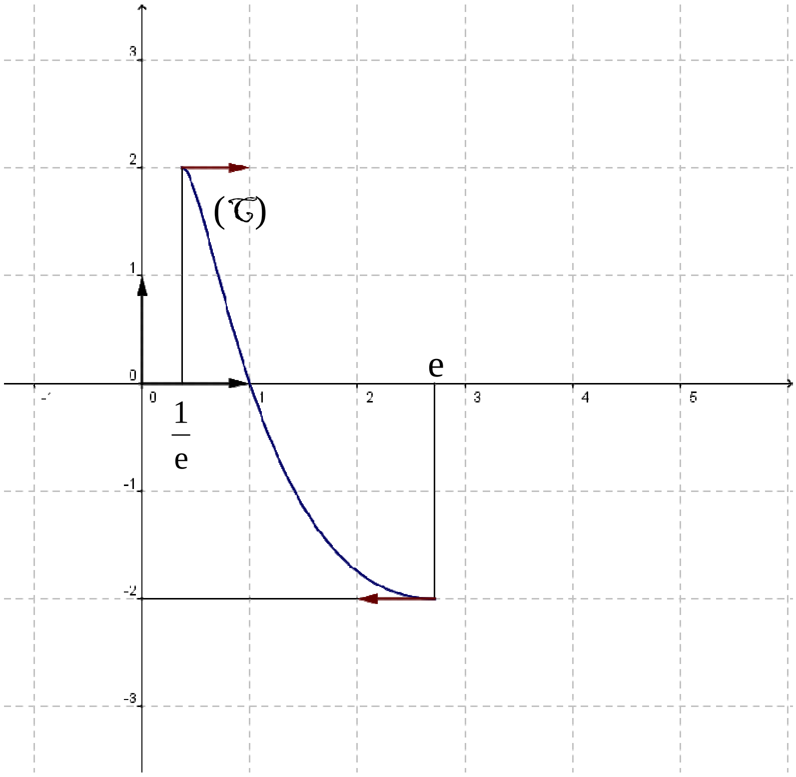
$$a_{n+1} = e - (n+1)a_n$$

c) En déduire que $a_3 = 6 - 2e$

3) Soit $\mathscr{A}$ la mesure de l'aire de la partie du plan limité par la courbe ($\mathscr{C}'$) et les droites d'équations $x = 0$ et $y = e$

a) Calculer $\int_1^e f(x)dx$

b) En déduire $\mathscr{A}$



Exercice 3 (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. On désigne par $\mathscr{H}$ l'ensemble des points du plan M d'affixe z tel que : $z^2 - 4 = 4 - \overline{z}^2$

1) a) Montrer que $\mathscr{H}$ a pour équation : $x^2 - y^2 = 4$

b) En déduire que $\mathscr{H}$ est une hyperbole dont on précisera, son centre, ses foyers, ses sommets, ses directrice, ses asymptotes et son excentricité.

2) On désigne par $\mathscr{H}'$ l'image de $\mathscr{H}$ par la rotation R de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{4}$

a) Déterminer les expressions analytiques de la rotation.

b) Montrer que $\mathscr{H}'$ a pour équation $x'y' = -2$

c) En déduire la nature de la courbe $\mathscr{H}'$.

3) Tracer dans le même repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les courbes $\mathscr{H}$ et $\mathscr{H}'$.

Exercice 4 (4 points)

Soit n un entier naturel supérieur ou égale à 2.

1) a) Montrer que n et $2n+1$ sont premier entre eux.

   b) En déduire que : si d est un diviseur de $2n+1$ alors n et d sont premier entre eux.

2) On pose $\alpha = n+3$; $\beta = 2n+1$ et $d_1 = \alpha \wedge \beta$.

   a) Calculer $2\alpha - \beta$, en déduire les valeurs possibles de d_1.

   b) Démontrer que α et β sont multiples de 5 ssi $(n-2)$ est un multiple de 5.

3) On considère les entiers naturels a et b définies par :

$$a = n^3 + 2n^2 - 3n \qquad \text{et} \qquad b = 2n^2 - n - 1$$

Factoriser a et b, en déduire que a et b sont divisibles par $(n-1)$.

4) On pose $d_2 = n(n+3) \wedge (2n+1)$ et $\delta = a \wedge b$

   a) Montrer que $d_1 = d_2$ (on pourra montrer que d_1 divise d_2 et d_2 divise d_1).

   b) En déduire δ en fonction de d_1 et n.

   c) Application : Déterminer δ pour $n = 2002$.

   Déterminer δ pour $n = 2010$.

Exercice 5 (4 points)

A/ Dans le tableau statistique suivant on donne les notes obtenus par un élève de terminal en mathématiques et en physiques durant l'année scolaire.

Notes en mathématiques (X)	5	7	9	11	12	14
Notes en physiques(Y)	8	7	10	12	11	13

1) a) Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y . Que peut on conclure ?

   b) Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X.

   c) Quelle sera la note prévu de cet élève en physiques s'il estime avoir la note 15,5 en mathématiques à l'examen du bac ?

2) Dans la suite on place ces 12 devoirs dans un classeur puis on tire au hasard simultanément deux devoirs. quelle est la probabilité de :

a) Obtenir deux devoirs de même matière.

b) Obtenir deux devoirs dont la note de chacun est supérieure ou égale à 10.

c) Obtenir deux devoirs dont la note de chacun est supérieure ou égale à 10 sachant qu'ils sont de même matière.

B/ Une usine de confection fabriquant des robes possède trois machines A, B et C qui fournissent respectivement 10% ; 40% et 50% de sa production totale. Une étude a montrée que le pourcentage de la marchandise défectueuse est $3,5\%$ pour la machine A $1,5\%$ pour la machine B et $2,2\%$ pour la machine C. Après fabrication les robes seront versées dans une caisse commune. On choisit une robe au hasard de la caisse.

1) On considère les événements suivants :

A : « la robe choisie provient de la machine A »

B : « la robe choisie provient de la machine B »

C : « la robe choisie provient de la machine C »

D : « la robe choisie est défectueuse »

Représenter la situation par un arbre pondéré.

2) Quelle est la probabilité pour que :

a) la robe provienne de la machine C et soit défectueuse.

b) la robe est défectueuse.

c) la robe provienne de la machine C sachant qu'elle est défectueuse.