Lycée Pilote 15octobre1963 - Bizerte Prof: Mme Bayoudh	Classe :$3^{\text{ème}}$ Maths$_1$	
	A.S :2013/2014	Durée : 2 heures
Devoir de contrôle n°3 en mathématiques	Nom et prénom :	

__Exercice 1 :__ (4 points)

Pour chacune des questions 1), 2) et 3) b/ une seule réponse est correcte. Indiquer laquelle en justifiant votre choix.

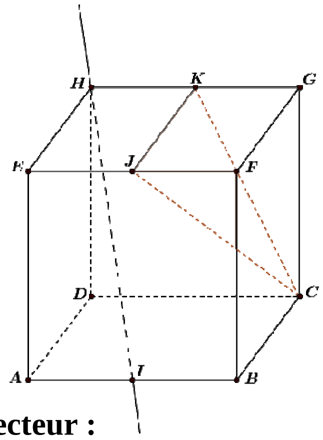
1) Trois droites deux à deux sécantes et non concourantes de l'espace sont :

☐ **Coplanaires** ☐ **Non coplanaires** ☐ **On ne peut pas affirmer**

2) Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls de $\mathscr{W}$ tels que : $a\vec{u}+(3-a)\vec{v}+a^2\vec{w}=\vec{0}$

où a est un réel. Alors ces trois vecteurs forment une famille :

☐ **Libre** ☐ **Liée** ☐ **Libre pour certaines valeurs de a**



3) $ABCDEFGH$ est un cube.

I, J et K sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[EF]$ et $[HG]$.

a/ Montrer que la droite (HI) est parallèle au plan (KJC) :

- **En utilisant l'outil vectoriel.**
- **En choisissant un repère de l'espace.**

b/ Les plans (KJC) et (HED) se coupent selon une droite de vecteur directeur :

☐ $\overrightarrow{EK}$ ☐ $\overrightarrow{EH}$ ☐ $\overrightarrow{JH}$

__Exercice 2 :__ (4 points)

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) Soit p un nombre premier supérieur ou égal à 5.

a/ Montrer que 8 divise p^2-1

b/ Justifier que 2011 est un nombre premier.

c/ Déterminer alors le reste de la division euclidienne de 2011^2 par 8.

d/ Déterminer le reste de la division euclidienne de l'entier $N=2^{2010}+3^{2011}+5^{2012}$ par 2011.

2) Soit la fonction $: x \longmapsto (1+x)^n$, où n est un entier naturel supérieur ou égal à 3.

a/ Calculer de deux façons différentes $f'(x)$

b/ En déduire le calcul de $S_n=C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+\cdots+nC_n^n$.

c/ Soient p et q deux nombres premiers tels que $3\le p<q$.

Déterminer $S_p \wedge S_q$

__Exercice 3 :__(6 points)

Une urne contient 9 boules réparties comme suit :

- **4 boules blanches numérotées : (-1) , 0 , 1 , 2**
- **3 boules rouges numérotées : (-1) , 1 , 2**
- **2 boules noires numérotées : 0 , 1**

1) **On tire __simultanément 3 boules__ de l'urne .**

   Dénombrer les tirages dans chacun des cas suivants :

   a/ La somme des numéros portés par les trois boules est nulle.

   b/ Obtenir deux boules blanches et une seule boule qui porte le numéro 1.

   c/ Obtenir des boules bicolores.

2) **On tire maintenant __successivement avec remise 3 boules__ de l'urne .**

   Dénombrer les tirages dans chacun des cas suivants :

   a/ Obtenir trois boules de même couleur.

   b/ Le produit des numéros portés par les trois boules est nul.

3) **On tire maintenant __successivement et sans remise 3 boules__ de l'urne .**

   Dénombrer les tirages dans chacun des cas suivants :

   a/ Obtenir trois boules de trois couleurs différentes.

   b/ Le produit des numéros portés par les trois boules est strictement positif.

   c/ Les boules sont alternées de couleurs rouge et blanc.

4) **__Les 9 boules sont réparties dans trois tiroirs .__**

   Déterminer le nombre de répartitions telles qu' aucun tiroir ne reste vide.

__Exercice 4 :__(6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = a.cos2x + b.cosx$ où a et b sont deux réels.

Dans l'annexe on a représenté la restriction de f à l'intervalle $[0, \pi]$.

1) **A l'aide du graphique montrer que $a = 1$ et $b = -2$**
2) **a/ Montrer que $f'(x) = 2sinx(1 - 2cosx)$**

   b/ On déduire le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0, \pi]$.
3) **a/ Montrer que f est périodique de période 2π.**

   Justifier que le graphique de l'annexe permet de compléter la construction de C_f.

   b/ Construire alors C_f dans l'intervalle $[-2\pi, 2\pi]$.
4) **Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = cos2x + 2.cosx$**

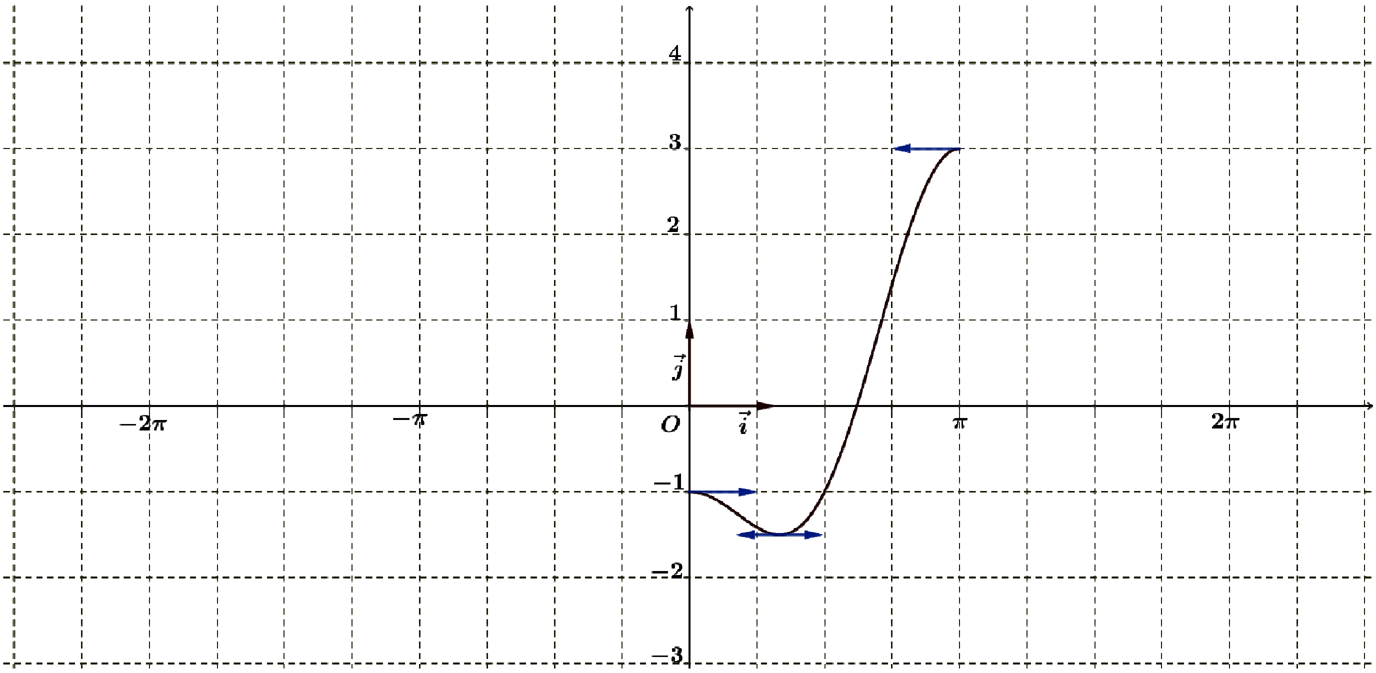
   a/ Montrer que $g(x) = f(x + \pi)$ http://mathematiques.kooli.me/

   b/ Construire alors la courbe de g à l'aide de C_f dans le même repère.

5) Soit h la fonction définie sur $]-\pi,\pi[$ par $h(x)=\begin{cases}\frac{f(x)+1}{\sin x} & si\ x\neq 0\\ 0 & si\ x=0\end{cases}$

Montrer que h est continue et dérivable en 0.

Annexe :



Bon travail et bonne chance

http://mathematiques.kooli.me/