Lycée de Souassi

***

DEVOIR DE CONTROLE N° 3

***

22/04/2010

SECTIONS : $4^{\text{éme}}$ *Sciences Expérimentales* **1**
EPREUVE : *Mathématiques*
DUREE : 2 *heures*
PROFESSEUR : *Mr FLIGENE Wissem*

Exercice 1: (5 pts)

Vous devez répondre en choisissant parmi les propositions qui vous sont faites, celle qui vous semblent exactes. Pour une même question, plusieurs propositions peuvent être exactes.
Pour indiquer vos choix, vous rédigez : Question n° . . . → choix . . . et . . .

n°	Proposition faite	Choix A	Choix B	Choix C	Choix D
1	Les expressions suivantes sont définies Sur $]-3,3[$	$\ln x$	$\ln(9-x^2)$	$\ln(-x)$	$\ln(x^2-2x+4)$
2	Les égalités suivantes sont vraies	$\ln(e)=1$	$\ln(1)=e$	$\ln\left(\frac{1}{e}\right)=-1$	$\frac{\ln 1}{\ln e}=\ln(1-e)$
3	Si $f(x)=xln\ (x^2)$; $x>0$ alors $f'(x)$ s'écrit :	$\frac{2}{x}$	$2(\ln x+1)$	$\frac{1}{x}$	$2\ln x-2$
4	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x^2)}{x^2}$ *est*	0	$+\infty$	$-\infty$	1
5	$e^x=\frac{1}{e}$ *est équivalente* à	$x=-1$	$x=e$	$x=\ln\left(\frac{1}{e}\right)$	$e^x=e^{-1}$

Exercice 2: (6 pts)

La fonction f est définie sur $]-1,+\infty[$ par : $f(x)=-2x+5+3\ln(x+1)$

1- a- Calculer la limite de f à droite en (-1). Interpréter graphiquement le résultat.
b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- a- Calculer $f'(x)$
b- Dresser le tableau de variations de f. Préciser la valeur exacte du maximum.

3- a- Montrer qu'il existe deux réels α et β tels que $\alpha<\frac{1}{2}<\beta$ et $f(\alpha)=f(\beta)=0$
b- En déduire le signe de $f(x)$ sur $]-1,+\infty[$

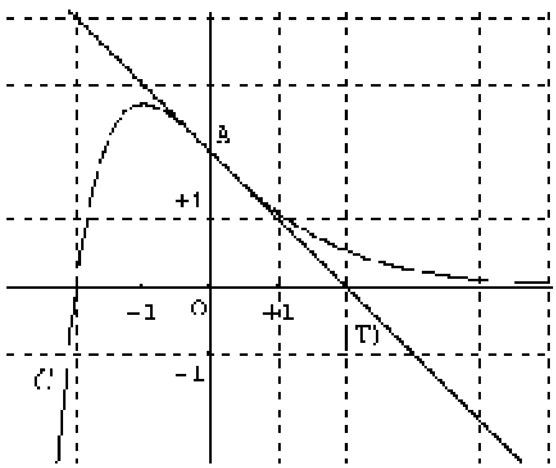
4- Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

5- Soit g la fonction définie sur $]-1,+\infty[$ par : $g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$
a- Calculer $g'(x)$
b- En déduire l'expression de la primitive de f s'annulant pour $x=0$

6- Calculer $\int_0^4 f(x)dx$. Que représente ce nombre ?

Exercice 3: (5 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé. Sur le graphique ci-contre, la courbe (C) représente la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est la tangente à la courbe (C) au point A d'abscisse 0.



1- Par lecture graphique, donner $f(0)$ et $f\ (0)$.
2- On admet que la fonction f est définie par $f(x)=(ax+b)e^{-x}$ où a et b sont des nombres réels.
   a- Exprimer $f'(x)$ en fonction de a et b
   b- Déterminer alors les valeurs de a et b en utilisant la première question

Par la suite, on définie la fonction f par : $\boldsymbol{f(x) = (x+2)e^{-x}}$

3- Etablir le tableau de variation de f
4- Montrer, en utilisant le tableau de variation de f, que $f(x) > 0$ sur $]-2,+\infty[$
5- Soit k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = (cx+d)e^{-x}$
   a- Déterminer les réels c et d pour que k soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$
   b- Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 4$
6- a- vérifier que pour tout réel x ; $f(x) \leq e$.
   b- Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan limitée par la droite d'équation $y = e$, la courbe (C) et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 4$

<u>Exercice 4</u>: (4 pts)

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaire en millions de dinars au 31 décembre de chaque année d'une entreprise depuis sa création en 2002. L'année 2002a le rang 0

Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaires y_i	0,7	1,6	2	2,4	2,5	2,8	3	3

Par exemple en 2005, le chiffre d'affaire a été de 2,4 millions de dinars

1- Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série (x_i, y_i) dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan. (unités graphiques : 1 cm pour une année en abscisse et 2 cm pour un million de dinars en ordonnée)
2- La forme du nuage de point suggère un ajustement de la forme $y = \ln(ax+b)$, où a et b sont deux réels à déterminer
   a- On pose $z_i = e^{y_i}$
   Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs de z_i seront arrondies à 10^{-3})

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0,7	1,6	2	2,4	2,5	2,8	3	3
$z_i = e^{y_i}$	2,014							

   b- Donner l'équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. *Les coefficients seront donnés à* 10^{-2}*prés*
   c- En déduire l'expression de y en fonction de x
3- On suppose que l'évolution du chiffre d'affaires se poursuivra durant la prochaine décennie selon le modèle précédent.
   Déterminer par le calcul le chiffre d'affaire attendu pour l'année 2011 arrondi à 10^{-1}millions de dinars