



Exercice 1(3pts)

Pour chaque question, une et une seule des 3 propositions a, b, et c est exacte.

On demande d'indiquer laquelle sans aucune justification

1) L'ensemble de définitions de la fonction : $x \mapsto \sqrt{1 - \ln x}$ est :

a) $]0, +\infty[$

b) $]0, e]$

c) $[1, e]$

2) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x^3) dx =$

a) 0

b) 2π

c) 2

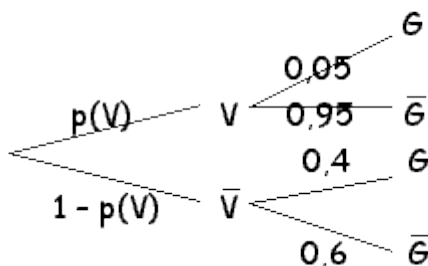
3) Des études ont montré qu'une personne non vaccinée contre la grippe a 40 % de chance de la contracter alors qu'une personne vaccinée n'a que 5 % de risque de tomber malade.

Le directeur d'une entreprise, constatant que chaque hiver un nombre important d'employés s'absentent, malades de la grippe, décide de proposer une vaccination gratuite, afin de susciter des volontaires. On choisit un employé au hasard et on considère les événements :

V : « l'employé s'est fait vacciner » ;

G : « l'employé contractera la grippe durant l'hiver ».

On peut résumer la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant:



i) $p(G) =$

a) $0,4 p(V) - 0,35$

b) $0,35p(v) + 0,4$

c) $0,05p(v)$

ii) Mohamed, ingénieur dans l'entreprise, tombe malade de la grippe. Si 80 % des employés ont été vaccinés, la probabilité que Mohamed l'ait été est :

a) 0.25

b) $\frac{1}{3}$

c) 0.8

Exercice 2

Pour faire face à une certaine maladie, on vaccine 40% des personnes d'une population.

On remarque par la suite que 85% des personnes vaccinées ne sont pas atteintes par la maladie et que 75% des personnes non vaccinées sont atteintes par la maladie. On choisit, au hasard, une personne de cette population. Soit les événements suivants :

M : « la personne choisie est atteinte par la maladie ».

V : « la personne choisie est vaccinée ».

1) a- Vérifier que la probabilité de l'événement $M \cap V$ est égale à $\frac{6}{100}$.

b- Quelle est la probabilité que la personne choisie soit atteinte par la maladie et non vaccinée?

c- En déduire la probabilité $P(M)$.

2) La personne choisie est non atteinte par la maladie. Calculer la probabilité qu'elle soit vaccinée.

3) Dans cette partie, on suppose que cette population est formée de 300 personnes. On choisit, au hasard, 3 personnes de cette population.

Quelle est la probabilité que, parmi les 3 personnes choisies, il y ait au moins une personne soit vaccinée ?

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 + \ln x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

A- 1) Calculer $f'(x)$ et déterminer le sens de variations de f sur $]0; +\infty[$.

2) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et déduire une asymptote à (C) .

b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

c- Dresser le tableau de variations de f .

d- Déduire que l'équation $x^2 + \ln x = 0$, admet une solution unique α et que $0,6 < \alpha < 0,7$.

Etudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

3) a- Démontrer que (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera l'abscisse.

b- Tracer (C) .

4) a- Démontrer que f admet sur I , une fonction réciproque f^{-1} dont on déterminera le domaine de définition.

b- Soit (C') la courbe représentative de f^{-1} . Prouver que le point $A(1;1)$ est commun à (C) et (C') et tracer (C') dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

c- Ecrire une équation de la tangente en A    (C') .

d- Soit $S(\alpha)$ l'aire du domaine limité par (C) , (C') , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. Calculer $S(\alpha)$.

B- Soit (T) la courbe représentative de la fonction h définie sur $I =]0; +\infty[$ par $h(x) = \ln x$.

1) Etudier la position relative de (C) et (T) et tracer (T) dans le même repère que (C) .

2) Soit g la fonction définie sur I par $g(x) = x^2 + (\ln x)^2$.

a- Calculer $g'(x)$ et vérifier que $g'(x) = \frac{2}{x} f(x)$.

b- En déduire le sens de variations de g sur I .

3) Soit M_0 le point de (T) d'abscisse α et M un point quelconque de (T) d'abscisse x .

a- Calculer OM_0^2 en fonction de α et OM^2 en fonction de x .

b- Prouver que $OM_0 \leq OM$ pour tout x de I .

c- Démontrer que la tangente en M_0    (T) est perpendiculaire à (OM_0) .