Exercice1

Les réponses seront résumées dans la page3 que l'on remettra avec la copie

A) Vrai ou Faux : *Répondre par vrai ou faux aux assertions suivantes sans justification.*

1) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}+e^{-x}-2}{x}=1$.

2) *Soit la fonction* F *définie sur* $]0,+\infty[$ *par :* $F(x)=\int_0^{\sqrt{x}}\ln(t^2+1)dt$.$\forall\ x>0; F'(x)=\ln(x+1)$.

B) Q.C.M : *Choisir la seule réponse exacte pour chaque énoncé sans justification*

1) *Soit* $I=\int_{\sqrt{e}}^{e}(\ln x)\,dx$.*Cette intégrale est égale à :*

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{e}-\frac{1}{\sqrt{e}}$ **c)** $\frac{\sqrt{e}}{2}$

2) *Soient* A; B *et* C *trois points non alignés de l'espace. L'ensemble des points* M *de l'espace tels que :*

$\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\wedge\overrightarrow{AM}=\vec{0}$ *est :*

a) *une droite* **b)** *un plan* **c)** *une sphère*

Exercice2

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.*Soient les points* $A(3,0,0)$;$B(1,1,0)$ *et* $C(1,0,1)$.

1) a)*Calculer les composantes du vecteur* $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ *et en déduire que les points* A ;B *et* C *déterminent un plan* (P).

b) *Montrer que* (P) *a pour équation cartésienne :* $x+2y+2z-3=0$.

2) a)*Donner une représentation paramétrique de la droite* (D) *perpendiculaire au plan* (P)*en* B.

b) *Vérifier que le point* $E(2,3,2)$ *appartient à* (D).

3) a) *Soit* (S) *l'ensemble des points* $M(x,y,z)$ *de l'espace tels que* $x^2+y^2+z^2-4x-6y-4z+3=0$.

Montrer que (S) *est une sphère dont on déterminera le centre et le rayon.*

b) *Vérifier que le point* A *appartient à* (S).

c) *Donner l'intersection* (Γ) *du plan* (P) *et de la sphère* (S).

4) a)*Soit* $F(-1,3,-1)$. *Vérifier que* $F\in(P)$ *et que* B *est le centre de gravité du triangle* ACF.

b) *Caractériser l'ensemble des points* M *de l'espace tels que* $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MF}\right).\overrightarrow{ME}=0$

Exercice3

Dans la figure de la page 3(qui sera remise avec la copie),$(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ *est un repère orthonormé tel que* $\|\vec{\imath}\|=1cm$.

- $(\boldsymbol{C})$*désigne la courbe d'une fonction bijective de* $\mathbb{R}$ *vers* $]0;2[$.
- *Les droites d'équations :*$y=0$ *et* $y=2$ *sont deux asymptotes à la courbe* $(\boldsymbol{C})$.
- $(\boldsymbol{C'})$ *désigne la courbe de la fonction* f^{-1} *réciproque de* f .
- $(\boldsymbol{T})$ *désigne la tangente à la courbe* $(\boldsymbol{C})$ *au point* $\Omega(0;1)$.
- *Le domaine hachuré est limité par les axes du repère, les courbes*$(\boldsymbol{C})$ *et* $(\boldsymbol{C'})$ *et les droites d'équations* $x=1$ *et* $y=1$.

1) *Par une simple lecture graphique, déterminer :*

a) $lim_{-\infty}f$ *et* $lim_{+\infty}f$.

b) $f(0)$ *et* $f'(0)$.

2) *La fonction* f *étant définie par :* $f(x) = \frac{a}{b+e^{-x}}$ *où* a *et* b *sont deux nombres réels.*

a) *Donner* $lim_{+\infty} f$ *et en déduire que* $a = 2b$.

b) *Donner* $f(0)$ *et en déduire une autre relation liant* a *et* b *.*

c) *Montrer alors que* $f(x) = \frac{2}{1+e^{-x}}$.

3) a) *Montrer que le point* Ω *est un centre de symétrie pour la courbe* $(\boldsymbol{C})$.

b) *Vérifier que :* $f''(x) = \frac{2e^{-x}(e^{-x}-1)}{(1+e^{-x})^3}$.

c) *En déduire que le point* Ω *est aussi un point d'inflexion pour la courbe* $(\boldsymbol{C})$.

4) a) *Justifier que* f^{-1} *est dérivable en* 1 *et donner* $(f^{-1\square})'(1)$.

b) *Montrer que* $f^{-1}(x) = \ln(\frac{x}{2-x})$ *pour tout réel* $x \in]0;2[$.

5)a) *Vérifier que l'on peut écrire* $f(x) = \frac{2e^{x}}{1+e^{x}}$.

b) *En déduire que l'aire en cm² du domaine hachuré est égale à :* $\ln[\frac{(1+e)^4}{16e}]$.

<u>Bon Travail</u>

Feuille à rendre avec la copie

Nom :………….......................... Prénom :……………………….....

Réponses de l'exercice1

A)

Question	*Vrai ou Faux*
a)	……………..
b)	……………..

B)

Enoncé	*Réponse*
1)	……………..
2)	……………..