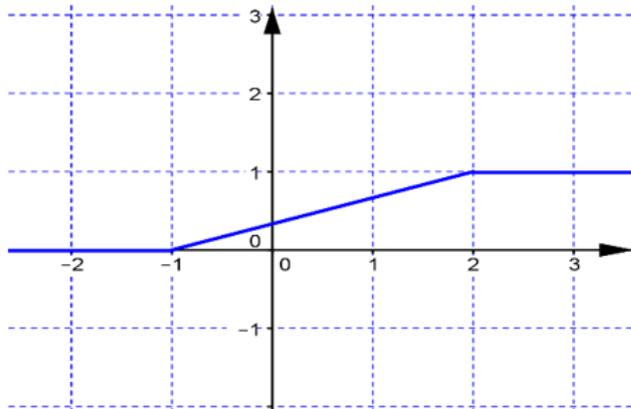


Devoir de controle n° 3

Exercice N° 1 (6 points)

Question 1 : Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi uniforme, sa fonction de ré-partition est donnée ci-contre :



1 La densité de X est la fonction f définie sur $[-1, 2]$ par $f(x) =$

a $\frac{1}{3}$ b 3 c $-\frac{1}{3}$

2 $p(X < 1 \setminus X < 0) =$

a $1 - e^{-1}$ b 1 c 0

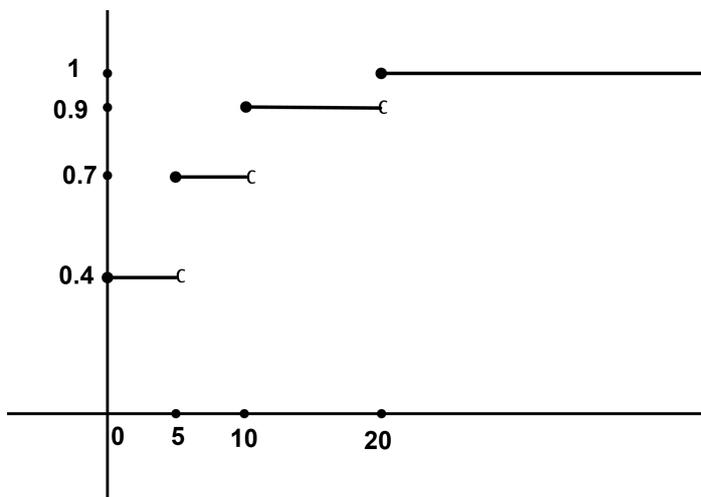
Question 2 : On considère l'inéquation $(E) : 3^x \geq 1$, on choisit au hasard un réel x dans $[-1, 2]$. La probabilité d'avoir x solution de (E) est égale à :

1 0 2 $\frac{1}{3}$ 3 $\frac{2}{3}$

Question 3 : La durée de vie exprimée en années d'une machine suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.03$. La probabilité qu'une machine soit encore en état de marche après cinq années est :

1 $\int_0^5 0.3e^{-0.3} dt$ 2 $1 - \int_0^5 0.3e^{-0.3} dt$ 3 $e^{-0.15}$

Question 4 : Soit X une variable aléatoire dont la fonction de répartition est donnée ci-contre :



1 Donner la loi de probabilité de X

2 $p(4 \leq X \leq 12) =$

a 0.7 b 0.9 c 0.5

Exercice N° 2 (6 points)

Le centre national de la Transfusion Sanguine a diffusé le tableau ci-dessous donnant la répartition des groupes sanguins en Tunisie :

groupe	A	B	AB	O
pourcentage	31%	18%	5%	46%

I)

- 1) Quelle est la probabilité qu'un tunisien ait un sang du groupe O.
- 2) Quatre donneurs se présentent dans un centre de transfusion sanguine .
 - a) Quelle est la probabilité qu'un seul parmi les quatre ait un sang du groupe O?
 - b) Quelle est la probabilité de trouver les quatre groupes sanguins chez ces donneurs .

II) Indépendamment du groupe sanguin , le sang peut posséder le facteur Rhésus .

Si le sang d'un donneur possède ce facteur , il est dit Rhésus positif (Rh+) ,
sinon il est Rhésus négatif (Rh-).

Un individu ayant un sang du groupe O et de Rhésus négatif est dit donneur universel .
En Tunisie . 9% des individus du groupe O sont de Rhésus négatif.

- 1) Montrer que la probabilité qu'un tunisien soit un donneur universel est 0.0414
- 2) Dans un centre de transformation sanguin , n donneurs se présentent . On note X la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi les n donneurs .
 - a) Donner la loi de probabilité de X .
 - b) Déterminer l'espérance mathématique de X .
 - c) Déterminer le nombre moyen des donneurs parmi 5000 donneurs .

Exercice N° 3(8 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x} - 2e^x + 2$ On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan .

- 1)
 - a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat .
 - b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat .
- 2)
 - a) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = 2e^x(e^x - 1)$
 - b) Dresser le tableau de variation de f
- 3)
 - a) Montrer que pour tout réel x , $f''(x) = 2e^x(2e^x - 1)$.
 - b) En déduire que le point $A \left(-\ln 2, \frac{5}{4} \right)$ est un point d'inflexion de (C)
- 4) On a tracé dans la figure 2 de l'annexe ci-jointe la tangente (T) à la courbe (C) au point A .

a Vérifier que le point $B(\ln 2, 2)$ appartient à la courbe (C) et le construire dans la figure

b Construire la courbe (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

5 Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 2$. Montrer que $A = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$

6 Soit g la restriction de f à l'intervalle $[0, +\infty[$

a Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[1, +\infty[$

b Montrer que pour tout $x \in [1, +\infty[$, $g^{-1}(x) = \ln(1 + \sqrt{x-1})$.

c Construire dans le même repère la courbe (C') de la fonction réciproque g^{-1} de g

d En exploitant la figure, calculer $\int_1^2 \ln(1 + \sqrt{x-1}) dx$

Annexe à rendre avec votre copie :

Nom et prénomclasse .

