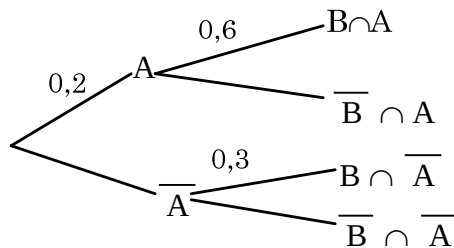


EXERCICE1(3points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. (Avec justification).

1) On considère l'arbre de probabilité ci-dessous



Alors on a:

a/ $p(B/A) = 0,08$ b/ $p(\overline{B} \cap \overline{A}) = 0,56$ c/ $p(B / \overline{A}) = 0,875$ d/ $p(A / B) = 0,75$

2) A et B sont deux événements indépendants tels que $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,5$.

a/ $p(A \cap B) = 0,15$ b/ $p(A \cup B) = 0,8$ c/ $p(B/A) = 0,2$ d/ $p(A/\overline{B}) = 0,3$

3) Soit $f(x) = x \ln(x^2)$ pour $x < 0$. Alors $f'(x)$ est égal à :

a/ $2(1 + \ln(x^2))$ b/ $2(1 + \ln|x|)$ c/ $\ln(x^2) + \frac{1}{x}$ d/ $\ln(x^2) + \frac{1}{x}$

4) Soit $I = \int_0^{20\pi} |\sin x| dx$ alors I est égal à:

a/ $20 \int_0^{2\pi} |\sin x| dx$ b/ $20 \int_0^{\pi} |\sin x| dx$ c/ $10 \int_0^{\pi} |\sin x| dx$ d/ -1

EXERCICE2(5points)

Une urne U_1 contenant sept boules noires et trois boules vertes et une urne U_2 contient deux boules noires et huit boules vertes. On effectue une suite de tirages en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne, suivant la règle suivante :

Si au $(n-1)$ ème tirage, on a obtenu une boule noire alors le nième tirage s'effectue dans U_1 .

Si au $(n-1)$ ème tirage, on a obtenu une boule verte alors le nième tirage s'effectue dans U_2 .

On désigne par A_n : " obtenir une boule noire au nième tirage " et $p_n = p(A_n)$

1) On choisit au hasard une urne et on fait le premier tirage.

Déterminer la probabilité p_1 d'obtenir une boule noire.

2)

a/ Déterminer la probabilité p_2 .

b/ Montrer que $p_n = \frac{1}{2} p_{n-1} + \frac{1}{5}$; $n \geq 2$

3) On pose à présent, pour $n \geq 1$, la suite $q_n = p_n - \frac{2}{5}$.

a / Démontrer que (q_n) est une suite géométrique.

b / En déduire que (p_n) admet une limite que l'on calculera.

EXERCICE3(5points)

On considère la suite (I_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^n dx$

1)

a/ Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n \geq 0$.

b/ Montrer que (I_n) est une suite décroissante.

c/ En déduire que (I_n) est une suite convergente.

2)

a/ Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n + I_{n+2} = \frac{1}{n+1}$.

b/ En déduire la limite de la suite (I_n) .

3) Calculer I_1 ; I_2 , I_4 .

EXERCICE4(7points)

On considère la fonction f définie par: $f(x) = 1 + \ln[x(2-x)]$ et on désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où l'unité de longueur est 4cm.

1)

a/ Montrer que l'ensemble de définition de f est $]0,2[$.

b/ Etudier les variations de f .

2)

a/ Montrer que la droite $\Delta: x=1$ est un axe de symétrie pour $\mathcal{C}$.

b/ Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}$ avec la droite $(O, \vec{i})$. On notera x_0 la plus petite des abscisses.

3) Soit φ la fonction définie sur $]0,2[$ par: $\varphi(x) = f(x) - x$

a/ Etudier les variations de φ .

b/ En déduire que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une est 1 et l'autre sera notée α .

c/ Vérifier que $x_0 < \alpha < 0,3$ et que $\ln[\alpha(2-\alpha)] = \alpha - 1$

d/ Préciser le signe de $\varphi(x)$ et en déduire la position de $\mathcal{C}$ par rapport à la droite $\Delta': y=x$.

4) Tracer $\mathcal{C}$ et Δ . (on prendra $x_0 \simeq 0,2$)

5) Soit $E = \int_{\alpha}^1 \ln[x(2-x)] dx$.

a/ Montrer que $E = \alpha(\alpha-1) - 2 \int_{\alpha}^1 \frac{1-x}{2-x} dx$. En déduire que $E = -\alpha^2 + 5\alpha - 4 - 2\ln\alpha$

b/ Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par les droites $\Delta: x=1$, $D: x=\frac{3}{2}$, la droite $(O, \vec{i})$

et la courbe $\mathcal{C}$