EXERCICE 1:5 POINTS

BAREME

Les membres d'un club sportif se présentent à l'accueil soit pour jouer au golf soit pour profiter de la salle de musculation (une activité excluant l'autre).

- La probabilité qu'il ne pleuve pas, en automne, dans cette région est égale à 0, 8.
  En automne, un membre se présente.
- S'il pleut, il joue au golf dans 30 % des cas.
- S'il ne pleut pas, il s'enferme dans la salle de musculation dans 20 % des cas.

On note : • A l'événement : « il pleut ». • G l'événement : « le membre du club joue au golf ».

1-a-Traduire la situation ci-dessus à l'aide d'un arbre de probabilité . 0.75
b-Démontrer que la probabilité de l'événement G est égale à 0,7. 0.5
c-Déterminer la probabilité qu'il pleuve sachant que le membre du club se présentant à l'accueil ne joue pas au golf. 0.5

2- Trois membres se présentent successivement et indépendamment les uns des autres.
On note X l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de golfeurs parmi ces trois personnes.
a-Etablir la loi de probabilité de X . 1.25
b-Déterminer l'espérance mathématique de X et interpréter le résultat obtenu. 0.5
c-Déterminer la probabilité qu'au moins un des trois membres ne joue pas au golf. 0.5

3-Définir et Tracer la représentation graphique de la fonction de répartition F de X 1

EXERCICE 2: 7.5 POINTS

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x}\cdot\ln x \quad ;\text{si } x\in\,]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$

On désigne par $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal .

1-a- Justifier que f est continue à droite en 0 0.5

b-Vérifier que $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$. Interpréter graphiquement les résultats 1

2-a- Justifier que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que $f'(x)=\dfrac{\ln x+2}{2\sqrt{x}}$ 0.75

b-Dresser le tableau de variation de f 0.5

3-a-Montrer que le point $A(1\ ;\ 0)$ est un point d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$ 0.75

b-Écrire l'équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A 0.25

4- Soit la fonction F définie sur $[0;+\infty[$ par $F(x)=\displaystyle\int_1^x f(t)\,dt$

a- Justifier que F est dérivable sur $[0;+\infty[$ et calculer $F'(x)$ 0.5

b- Justifier que $F(x)\geq 0$ pour tout $x\in[0;+\infty[$ 0.5

5-a -À l'aide d'une intégration par parties ; montrer que pour tout réel $x \succ 0$; on a : 1.25

$$F(x)=\int_1^x \sqrt{t}\cdot\ln t\,dt=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\ln x-\frac{4}{9}x\sqrt{x}+\frac{4}{9}$$

b-En déduire que $F(0)=\dfrac{4}{9}$. Donner une Interprétation géométrique du réel F(0) 0.75

6-Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)$ puis Dresser le tableau de variation de la fonction F 0.75

EXERCICE 3:7.5 POINTS Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ BAREME

On considère les fonctions u et f définies sur $\mathbb{R}$ par : $u(x)=e^x+x+1$ et $f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x+1}$

1-a- Montrer que la fonction u est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ 0.5

b-En déduire que l'équation $u(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α 0.25

c-Donner le tableau de signe de $u(x)$ sur $\mathbb{R}$ 0.25

2-a- Vérifier que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. 0.5

b- Montrer que la droite $\Delta : y=x$ est une asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$. 0.5

c-Etudier la position de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à son asymptote $\Delta : y=x$ 0.25

d-Vérifier que $f(\alpha)=\alpha+1$ 0.25

3-A l'aide d'une intégration par parties ; calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^{\ln 2}\left(\frac{f(x)}{e^x+1}\right)dx$ 1

4-a-Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $f'(x)=\dfrac{e^x.u(x)}{\left(e^x+1\right)^2}$ 0.75

b-Dresser le tableau de variations de f 0.5

5-On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}_f$; l'asymptote $\Delta : y=x$ et les droites $x=0$ et $x=1$

a-Vérifier que $\mathcal{A}=\displaystyle\int_0^1\frac{x}{e^x+1}\cdot dx$ 0.25

b-Sachant que pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $e^x\ge x+1$; montrer que : $\displaystyle\int_0^1\frac{x}{e^x+1}\cdot dx\le 1-2\int_0^1\frac{1}{x+2}\cdot dx$ 0.5

c-En déduire que $\dfrac{1}{2(e+1)}\le \mathcal{A}\le 1+\ln\left(\dfrac{4}{9}\right)$ 1

6- Construire la courbe $\mathcal{C}_f$.$(\alpha\approx-1.28)$ 1