L.Mednine .Monastir **Prof : Harabi. Haj salem** **Zrafi . Mbarki. Salmi**	Devoir de contrôle N °3 Durée : 2 heures	**Classes : 4ème Maths** **A.S. 2023/2024**

Exercice N°1 : (5,5points)

Une usine fabrique des appareils électroniques du premier choix et de deuxième choix dans trois ateliers A, B et C . L'atelier A assure 30% de la production , l'atelier B assure 50 % et l'atelier C assure le reste de la production .D'autre part 4% des appareils fabriqués dans l'usine A et 8% fabriqués dans l'usine B sont de deuxième choix et les autre sont du premier choix de plus 8% de la production est de deuxième choix .

On considère les événements suivants :

A « l'appareil choisi est fabriqué dans l'usine A »

B « l'appareil choisi est fabriqué dans l'usine B »

C « l'appareil choisi est fabriqué dans l'usine C »

D « l'appareil choisi est fabriqué est de deuxième choix »

1/ Dans un lot d'appareils fabriqués dans l'usine, on choisit au hasard un appareil

a) Calculer la probabilité des événements suivants

E_1 « l'appareil choisi est fabriqué est du premier choix »

E_2 « l'appareil choisi est fabriqué dans l'usine A et de deuxième choix »

E_3 « l'appareil choisi est fabriqué dans l'usine C et de deuxième choix »

E_4 « l'appareil choisi est fabriqué dans l'usine B ou du deuxième choix »

b) Sachant que l'appareil est de deuxième choix quelle est la probabilité qu'il soit fabriqué dans l'usine C ?

2/ Dans un lot contenant n appareils (n >2) fabriqués dans l'usine .

Calculer la probabilité des événements suivants :

G « Le lot contient un seul appareil fabriqué dans l'usine A »

F« Le lot contient au moins deux appareils du premier choix »

Exercice N°2 : (6 ,5points)

Soit a un entier naturel appartenant à $\{0,1,2,3,...........,96\}$

1)On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $97x-96y=1-a$.

a) Vérifier que le couple $(1-a,1-a)$ est une solution particulière de l'équation (E) .

b) Déterminer l'ensemble des solutions entières de l'équation (E) .

c) Déterminer alors dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'ensemble de solutions l'équation (E') : $97x-96y=-30$.

2) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système (S) : $\begin{cases} x\equiv 1 \pmod{96} \\ x\equiv a \pmod{97} \end{cases}$.

3)Soit n un entier naturel non nul une solution du système (S) .

a) Montrer que 96 divise $(n-1)$et déduire que $n^n \equiv a \pmod{97}$.

b) Montrer que n^n est une solution du système (S) .

4) Déterminer alors le reste modulo 9312 de l'entier 7777^{7777} .

Exercice N°3 : (8points)

On considère l'équation différentielle $(E): y'-y=-\dfrac{1}{1+e^{-x}}, x\in IR$

1/a) Montrer que la fonction f définie sur IR par $f(x)=e^x\ln(1+e^{-x})$ est une solution de (E)

b) Résoudre l'équation différentielle (E_0) : y'- y=0 .

c) Montrer qu'une fonction h est une solution de (E) si et seulement si (h-f) est une solution de (E_0) .

d) Résoudre alors l'équation différentielle (E).

2/Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=\ln(1+e^{-x})-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

a) Dresser le tableau de variation de g.

b) En déduire que pour tout réel x , g(x) > 0 .

3/a) Montrer que pour tout réel x , $f'(x)=e^x . g(x)$

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$.

c)Dresser le tableau de variation de f .

d) Construire la courbe (C) de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

e) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C), les axes du repère et la droite : x = ln5.

4/ Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on considère la suite (I_n) définie par $I_n=\int_0^1 e^{\frac{x}{n}}\ln(1+e^{-x})dx$.

a) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*, I_n\geq 0$.

b) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*, (I_n)$ est décoissante et qu'elle est convergente .

c) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*, n(e^{\frac{1}{n}}-1)\ln(1+e^{-1})\leq I_n\leq n(e^{\frac{1}{n}}-1)\ln 2$.

d) En déduire un encadrement de la limite de la suite (I_n).