Lycée Ibn Khaldoun Jemmel A.S : 2018/2019	**Devoir de Contrôle n°3** Mathématiques	Mr : Afli Ahmed Classe : 4M Durée : 120mn

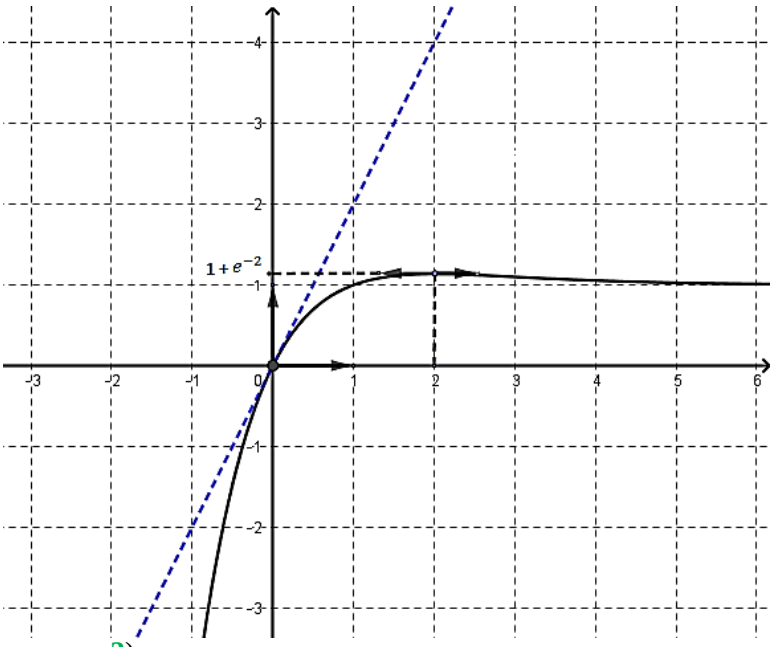
Exercice n°1 : (5,5points)

I. La courbe (C_h) représenté ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé ($(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

D'une fonction h définie et dérivable sur IR.

La courbe (C_h) admet :

- La droite D : y = 1 une asymptote horizontale au voisinage de +∞
- Une branche parabolique de direction celle de $(O,\vec{\jmath})$ au voisinage de - ∞
- La droite Δ la tangente au point d'abscisse 0.



En utilisant le graphique :

1.) Déterminer

$\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{h(x)}{x}$ et $h'(2)$

2.) Soit g la restriction de h à]-∞ ; 2].

a. Montrer que g réalise une bijection de]-∞ ; 2]

sur un intervalle J que l'on précisera.

b. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+0} \frac{g^{-1}(x)}{x}$

c. Construire $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère (**sur l'annexe page 3**)

II. Soit l'équation différentielle (E) : y' + y = 1 + e^{-x}

1.) Vérifier que la fonction f définie sur IR par f(x) = 1 + xe^{-x} est une solution de (E).

2.) Résoudre l'équation différentielle (E_0) : y' + y = 0

3.) a. Montrer qu'une fonction U est une solution de (E) équivaut à (U - f) est une solution de (E_0)

b. En déduire toutes les solutions de (E).

c. On suppose que la fonction h est une solution de l'équation différentielle (E), Déterminer h(x).

4.) Calculer $\int_0^1 g^{-1}(x)dx$

Exercice n°2 : (5points)

1.) a. Montrer que pour tout entier n, les entiers (14n + 3) et (5n + 1) sont premiers entre eux.

b. En déduire deux entiers u et v tels que 31u – 11 v = 1.

2.) On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : 31x – 11y = 3.

a. Donner une solution particulière (x_0, y_0) de l'équation (E).

b. Déterminer l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E).

3.) On considère le système (S) : $\begin{cases} p \equiv 2(\mathrm{mod}31) \\ p \equiv 5(\mathrm{mod}11) \end{cases}$; où p est un entier.

Montrer que p est solution du système (S) si et seulement si $p \equiv 126\ (\mathrm{mod}\ 341)$

4.) Soit l'entier $N = 5 - 3 \times 121^{2010}$

Déterminer le reste modulo 341 de N.

Exercice n°3 : (5,5points)

L'espace E est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère les points

$A(2,-1,0)$, $B(1,1,0)$, $C(2,1,-1)$ et $D(0,2,2)$ et S la sphère de centre A et de rayon $R = \sqrt{3}$.

1.) a. Vérifier que les points A ,B, C et D ne sont pas coplanaires.

b. Calculer le volume du tétraèdre ABCD .

2.) a. Montrer qu'une équation du plan (BCD) est : $x - y + z = 0$.

b. Montrer que le plan (BCD) est la sphère S sont tangents en point H dont on précisera les coordonnées.

3.) Soit h l'homothétie de rapport 2 et de centre I (1,-1,0).

a. Déterminer l'expression analytique de h.

b. En déduire le volume du tétraèdre $A'B'C'D'$ image de ABCD par h .

4.) a. Donner une équation du plan P image du plan (BCD) par l'homothétie h .

b. Soit S' l'image de la sphère S par h , déterminer l'intersection de la sphère S' et du plan P .

Exercice n°4 : (4points)

Le tableau suivant donne la distance de freinage sur une route sèche en fonction de la vitesse du véhicule. On note X la vitesse en km/h et Y la distance de freinage en m.

x_i	40	50	60	70	80	90	100	110	120
y_i	20,29	28,42	37,57	45,75	58,94	70,15	95,15	98,16	113,19

Tous les résultats doivent être arrondis à 10^{-2} près.

1.) On pose $Z = \sqrt{Y}$

a. Dresser un tableau contenant les variables X et Z. (**Annexe page 3**)

b. Construire le nuage de points associé à la série double (X, Z). (**Annexe page 3**)

c. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Z. Interpréter.

d. Déterminer une équation de la droite Δ de régression de Z en X et construire Δ.

2.) Donner une estimation de la distance de freinage nécessaire à un véhicule circulant à 150 km/h.

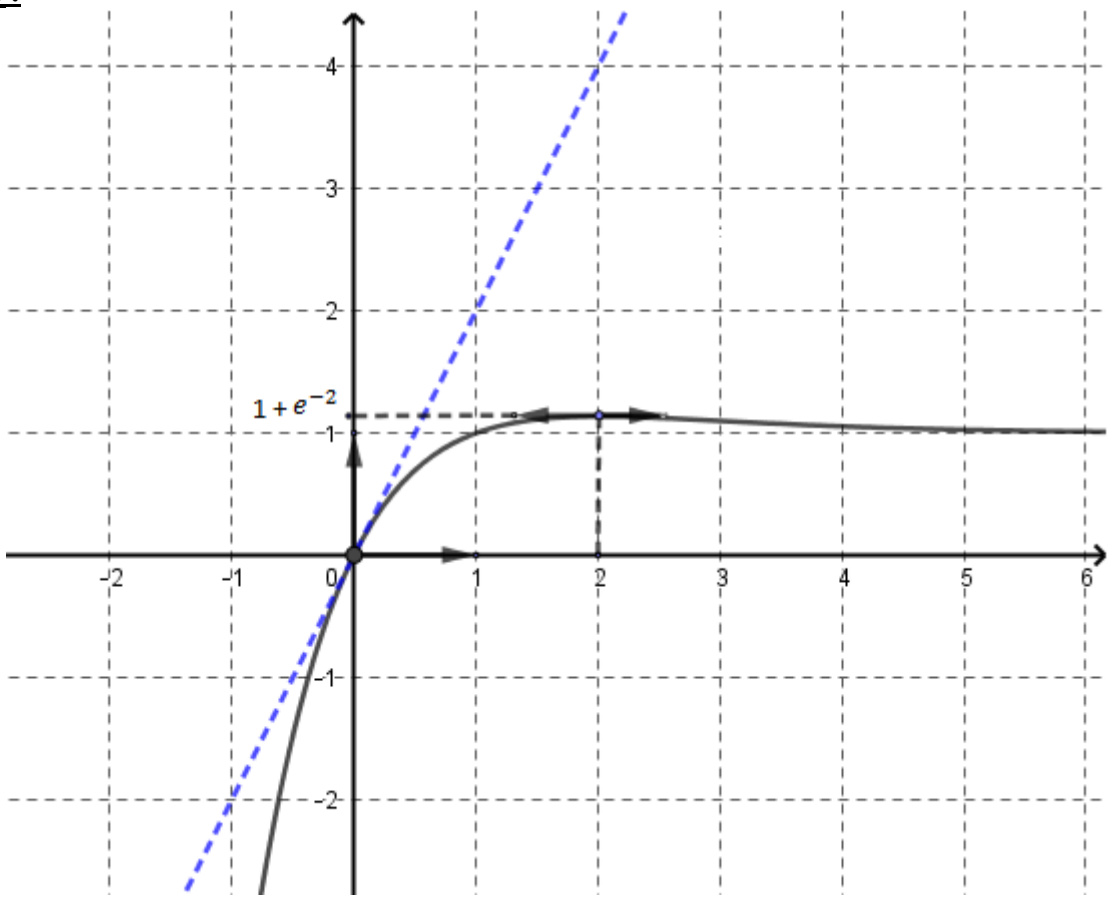
3.) La vitesse de la voiture est de 140 km/h, lorsque le conducteur, roulant suivant une ligne droite, aperçoit un obstacle situé à une distance de 200 mètres.

Pourrait –il alors éviter cet obstacle sachant qu'il met une seconde pour appuyer sur les freins ? Expliquer.

http://mathematiques.kooli.me/

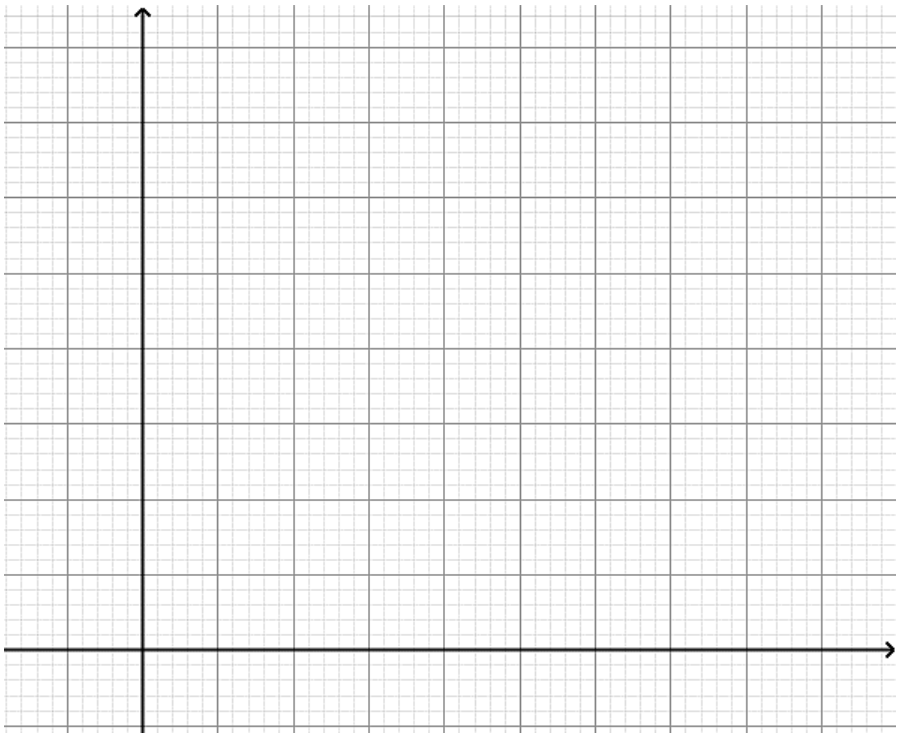
Annexe à Compléter et à rendre avec la copie

Exercice 1 :



Exercice 4 :

x_i	40	50	60	70	80	90	100	110	120
z_i	4,5	5,33							



http://mathematiques.kooli.me/