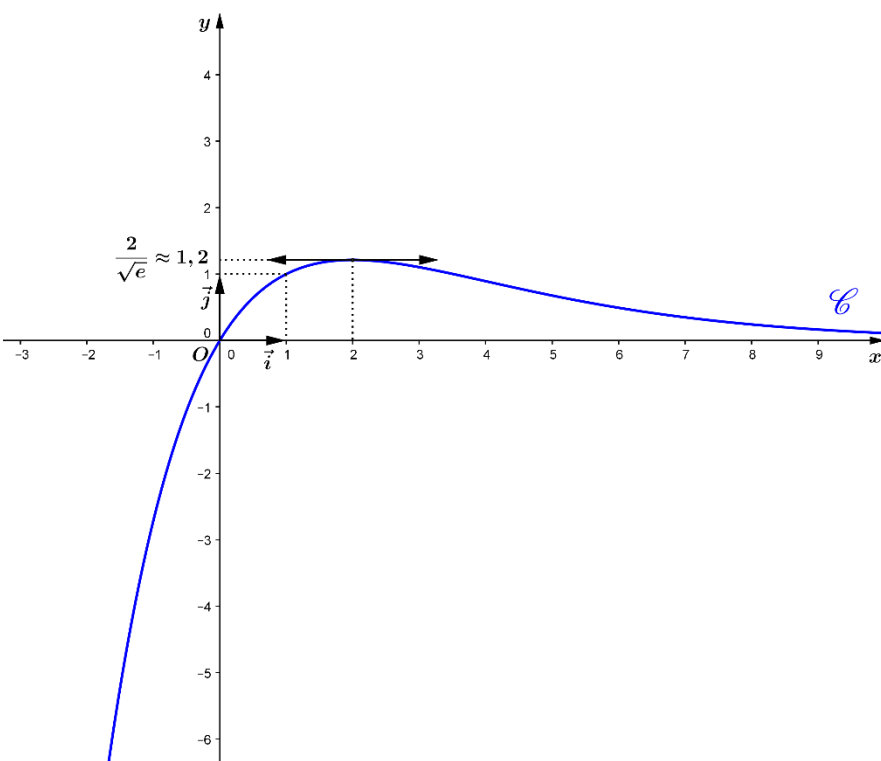
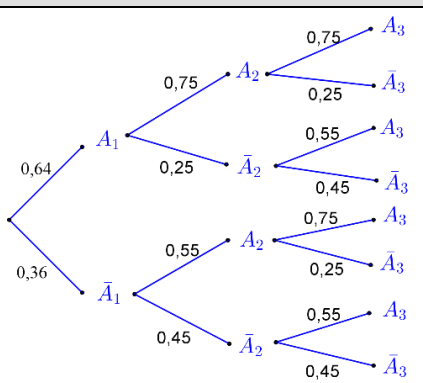
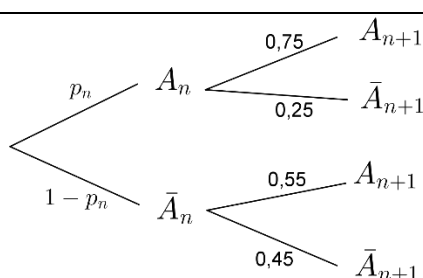


Exercice N°1: (7 points).			
Question		Corrigé	Barème
(I)	1)	- Les applications : $x \mapsto 1 - x$; $x \mapsto x$ et $x \mapsto e^x$ sont dérivables sur $\mathbb{R}$ (fonctions polynômes et exponentielle). - L'application : $x \mapsto e^{1-x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ (fonction composée) et en plus elle est strictement positive sur $\mathbb{R}$ alors : - L'application : $x \mapsto \sqrt{e^{1-x}}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et par suite : - L'application $V: x \mapsto x\sqrt{e^{1-x}}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ (fonction produit). $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $V'(x) = \sqrt{e^{1-x}} + x \frac{-e^{1-x}}{2\sqrt{e^{1-x}}} = \left(1 - \frac{x}{2}\right) \sqrt{e^{1-x}}$ $\Leftrightarrow V'(x) + \frac{1}{2} V(x) = \left(1 - \frac{x}{2}\right) \sqrt{e^{1-x}} + \frac{1}{2} x \sqrt{e^{1-x}}$ $\Leftrightarrow V'(x) + \frac{1}{2} V(x) = \sqrt{e^{1-x}}$ donc V est une solution de (E)	0,5
		Soit g une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ g est une solution de (E) $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ on a : $g'(x) + \frac{1}{2} g(x) = \sqrt{e^{1-x}}$ Or $V'(x) + \frac{1}{2} V(x) = \sqrt{e^{1-x}}$ b) $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) + \frac{1}{2} g(x) = V'(x) + \frac{1}{2} V(x)$ $\Leftrightarrow g'(x) - V'(x) + \frac{1}{2} [g(x) - V(x)] = 0$; $\forall x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow (g - V)'(x) + \frac{1}{2} (g - V)(x) = 0$ $\Leftrightarrow (g - V)$ est une solution de (E'): $y' + \frac{1}{2} y = 0$	0,5
	2)	a) $(E'): y' + \frac{1}{2} y = 0 \Leftrightarrow (E') : y' = -\frac{1}{2} y$ La solution générale h de (E') sur $\mathbb{R}$ est définie par : $h(x) = k e^{-\frac{1}{2}x}$ où $k \in \mathbb{R}$	0,5
		b) g est une solution de (E) $\Leftrightarrow (g - V)$ est une solution de (E') $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) - V(x) = h(x)$ $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = h(x) + V(x)$ $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = k e^{-\frac{1}{2}x} + x\sqrt{e^{1-x}}$ Or $g(0) = 0$ donc $k = 0$ et par suite $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = x\sqrt{e^{1-x}}$	0,5
(II)	1)	a) $f(x) = x\sqrt{e^{1-x}}$; $D_f = \mathbb{R}$ Pour tout réel $x > 0$ on peut écrire : $f(x) = \sqrt{e \cdot \frac{x^2}{e^x}} = \sqrt{\frac{e}{\frac{e^x}{x^2}}}$ d'où $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{e}{\frac{e^x}{x^2}}} = \left(\frac{e}{+\infty}\right) = 0$ $\mathcal{C}$ admet une asymptote horizontale d'équation : $y = 0$ au $V(+\infty)$	0,5

		b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \underbrace{\sqrt{\frac{e}{e^x}}}_{\left(\frac{\sqrt{e}}{0^+} = +\infty\right)} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{e}{e^x}} = \left(\frac{\sqrt{e}}{0^+}\right) = +\infty$ $\mathcal{C}$ admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au $V(-\infty)$	0,75																
2)	a)	f est une solution de (E) sur $\mathbb{R} \Rightarrow f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f'(x) = \sqrt{e^{1-x}} - \frac{1}{2}f(x) = \left(1 - \frac{x}{2}\right)\sqrt{e^{1-x}}$ $\Leftrightarrow f'(x) = (2-x)\frac{\sqrt{e^{1-x}}}{2}$ Ainsi le signe de $f'(x)$ est celui de $(2-x)$ qui s'annule en 2 $f(2) = \frac{2}{\sqrt{e}}$ <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$2-x$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{2}{\sqrt{e}}$</td><td>0</td></tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$2-x$	+	0	-	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	$\frac{2}{\sqrt{e}}$	0	0,75
x	$-\infty$	2	$+\infty$																
$2-x$	+	0	-																
$f'(x)$	+	0	-																
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{2}{\sqrt{e}}$	0																
	b)	f est strictement croissante sur $]-\infty, 2[$ alors pour $0 \leq x \leq 1 < 2$ on aura : $f(0) \leq f(x) \leq f(1)$ or : $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$ donc $\forall x \in [0; 1]$ on a : $0 \leq f(x) \leq 1$	0,25																
3)			0,5																

(III)	1)	a)	$I_1 = \frac{1}{4} \int_0^1 x \sqrt{e^{1-x}} dx = \frac{1}{4} \int_0^1 f(x) dx = \frac{2}{4} \int_0^1 (\sqrt{e^{1-x}} - f'(x)) dx$ $I_1 = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{\frac{1-x}{2}} dx - \frac{1}{2} [f(x)]_0^1 = \int_1^0 -\frac{1}{2} \underbrace{e^{\frac{1-x}{2}}}_{e^u} dx - \frac{1}{2} = \left[e^{\frac{1-x}{2}} \right]_1^0 - \frac{1}{2}$ $I_1 = \sqrt{e} - 1 - \frac{1}{2} \quad \text{ainsi } I_1 = \sqrt{e} - \frac{3}{2}$	0,5
		b)	$\forall n \in \mathbb{N}^* \text{ on a : } I_{n+1} = \frac{1}{(n+1)! 2^{n+2}} \int_0^1 x^{n+1} \sqrt{e^{1-x}} dx$ Or $\int_0^1 x^{n+1} \sqrt{e^{1-x}} dx = \int_0^1 x^{n+1} e^{\frac{1-x}{2}} dx$ En posant : $\begin{cases} v(x) = x^{n+1} \\ w'(x) = e^{\frac{1-x}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v'(x) = (n+1)x^n \\ w(x) = -2e^{\frac{1-x}{2}} \end{cases} \quad \text{on aura :}$ $\int_0^1 x^{n+1} \sqrt{e^{1-x}} dx = [-2x^{n+1} e^{\frac{1-x}{2}}]_0^1 + 2(n+1) \int_0^1 x^n \sqrt{e^{1-x}} dx$ $= -2 + 2(n+1)n! 2^{n+1} I_n$ D'où $I_{n+1} = \frac{1}{(n+1)! 2^{n+2}} (-2 + 2(n+1)n! 2^{n+1} I_n)$ $\Leftrightarrow I_{n+1} = \frac{-2}{(n+1)! 2^{n+2}} + \frac{2(n+1)n! 2^{n+1} I_n}{(n+1)! 2^{n+2}}$ $\Leftrightarrow I_{n+1} = \frac{-1}{(n+1)! 2^{n+1}} + \frac{(n+1)! 2^{n+2} I_n}{(n+1)! 2^{n+2}} = \frac{-1}{(n+1)! 2^{n+1}} + I_n$ ➤ $I_{n+1} = I_n - \frac{1}{(n+1)! 2^{n+1}}$	0,5
		c)	- Pour $n = 1$ on a : $\frac{1}{n! 2^{n+1}} = \frac{1}{4}$ et $I_1 = \sqrt{e} - \frac{3}{2} \leq \frac{1}{4}$ - Pour $n \geq 2$ on a : $\int_0^1 x^n \sqrt{e^{1-x}} dx = \int_0^1 x^{n-1} \cdot x \sqrt{e^{1-x}} dx = \int_0^1 x^{n-1} \cdot f(x) dx$ $\forall n \geq 2$ et $\forall x \in [0; 1]$ on a $0 \leq f(x) \leq 1$ et $x^{n-1} \geq 0$ Donc $0 \leq x^{n-1} f(x) \leq x^{n-1}$ En plus les fonctions : $x \mapsto x^{n-1} f(x)$ et $x \mapsto x^{n-1}$ sont continues sur $[0; 1]$ donc : $0 \leq \int_0^1 x^{n-1} f(x) dx \leq \int_0^1 x^{n-1} dx$ $\Leftrightarrow 0 \leq \int_0^1 x^{n-1} f(x) dx \leq \left[\frac{x^n}{n} \right]_0^1 \Leftrightarrow 0 \leq \int_0^1 x^n \sqrt{e^{1-x}} dx \leq \frac{1}{n}$ En multipliant par $\frac{1}{n! 2^{n+1}}$ on aura : $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n! 2^{n+1}}$ ➤ $\forall n \in \mathbb{N}^* \text{ on a : } 0 \leq I_n \leq \frac{1}{n! 2^{n+1}}$	0,5
		a)	$U_1 = \sum_{k=0}^1 \frac{1}{k! 2^k} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \sqrt{e} - \left(\sqrt{e} - \frac{3}{2} \right) \Rightarrow U_1 = \sqrt{e} - I_1$ D'après (III) 1)b) on a : $\frac{1}{(n+1)! 2^{n+1}} = I_n - I_{n+1} ; \forall n \in \mathbb{N}^*$ - Si $n \geq 2 \Rightarrow U_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k! 2^k} = 1 + \frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n \frac{1}{k! 2^k} = \frac{3}{2} + \sum_{q=1}^{n-1} \frac{1}{(q+1)! 2^{q+1}}$ $U_n = \frac{3}{2} + \sum_{q=1}^{n-1} (I_q - I_{q+1})$ $U_n = \frac{3}{2} + (I_1 - I_2) + (I_2 - I_3) + \dots + (I_{n-1} - I_n) = \frac{3}{2} + I_1 - I_n$ $U_n = \frac{3}{2} + \sqrt{e} - \frac{3}{2} - I_n \quad \text{ainsi } U_n = \sqrt{e} - I_n ; \forall n \in \mathbb{N}^*$	0,5
	b)		On a : $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n! 2^{n+1}}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n! 2^{n+1}} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$ Et par suite $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{e} - I_n = \sqrt{e}$	0,25

Exercice N°2: (6,5 points).																			
Question	Corrigé	Barème																	
1)		0,75																	
2)	a) Soit Ω l'univers de possibles alors $X(\Omega) = \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$	0,25																	
	b) $p(X = 0) = p(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) = 0,36 \times 0,45 \times 0,45 = 0,0729$ $(X = 1) = (A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3)$ $p(X = 1) = 0,64 \times 0,25 \times 0,45 + 0,36 \times 0,55 \times 0,25 + 0,36 \times 0,45 \times 0,55$ $\Rightarrow p(X = 1) = 0,2106$	1																	
	c) $(X = 2) = (A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) \cup (A_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3)$ $p(X = 2) = 0,64 \times 0,75 \times 0,25 + 0,64 \times 0,25 \times 0,55 + 0,36 \times 0,55 \times 0,75$ $\Rightarrow p(X = 2) = 0,3565$ $p(X = 3) = p(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0,64 \times 0,75 \times 0,75 = 0,36$	1																	
	d) <table border="1" data-bbox="370 989 1299 1110"><tr><td>$k \in X(\Omega)$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>Total</td></tr><tr><td>$p(X = k)$</td><td>0,0729</td><td>0,2106</td><td>0,3565</td><td>0,36</td><td>1</td></tr><tr><td>$k \times p(X = k)$</td><td>0</td><td>0,2106</td><td>0,713</td><td>1,08</td><td>2,0036</td></tr></table> $\bar{X} = E(X) = \sum_{k \in X(\Omega)} k \times p(X = k) = 2,0036$ ainsi $\bar{X} = 2$	$k \in X(\Omega)$	0	1	2	3	Total	$p(X = k)$	0,0729	0,2106	0,3565	0,36	1	$k \times p(X = k)$	0	0,2106	0,713	1,08	2,0036
$k \in X(\Omega)$	0	1	2	3	Total														
$p(X = k)$	0,0729	0,2106	0,3565	0,36	1														
$k \times p(X = k)$	0	0,2106	0,713	1,08	2,0036														
3)	a) 	1																	
	b) $p(A_n \cap A_{n+1}) = 0,75 \times p_n$ et $p(\bar{A}_n \cap A_{n+1}) = 0,55 \times (1 - p_n)$ $p(A_{n+1}) = p(A_n \cap A_{n+1}) + p(\bar{A}_n \cap A_{n+1})$ $\Rightarrow p_{n+1} = 0,75 \times p_n + 0,55 \times (1 - p_n) = 0,2 \times p_n + 0,55$ $p_{n+1} = \frac{2}{10} p_n + \frac{55}{100}$ après simplification on aura : $p_{n+1} = \frac{1}{5} p_n + \frac{11}{20}$	0,5																	
4)	a) $\forall n \in \mathbb{N}^*$ on a : $u_n = p_n - \frac{11}{16}$ $u_{n+1} = p_{n+1} - \frac{11}{16} = \frac{1}{5} p_n + \frac{11}{20} - \frac{11}{16} = \frac{1}{5} p_n + \frac{44-55}{80} = \frac{1}{5} p_n - \frac{11}{80}$ $\Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{5} \left(p_n - \frac{11}{16} \right)$ ainsi $u_{n+1} = \frac{1}{5} u_n$ $\frac{1}{5}$ est un réel constant donc la suite (u_n) est géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$ et de premier terme $u_1 = p_1 - \frac{11}{16} = 0,64 - \frac{11}{16} \Rightarrow u_1 = -\frac{19}{400}$	0,75																	

Correction détaillée de devoir de contrôle N°3 en mathématiques bac math 24/25

	b)	$\forall n \in \mathbb{N}^* \text{ on a : } u_n = u_1 \times q^{n-1} = -\frac{19}{400} \times \frac{1}{5^{n-1}} \Rightarrow u_n = -\frac{19}{80} \times \frac{1}{5^n}$ $\forall n \in \mathbb{N}^* \text{ on a : } p_n = u_n + \frac{11}{16} \Rightarrow p_n = \frac{11}{16} - \frac{19}{80} \times \frac{1}{5^n}$	0,5
	c)	(u_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5} \in]-1; 1[$ donc elle converge vers zéro $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \frac{11}{16} = 0 + \frac{11}{16} = \frac{11}{16}$	0,25

Exercice N°3: (6,5 points).																																
Question		Corrigé						Barème																								
1)	a)	<table><tr><td>n</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>5^n</td><td>1</td><td>5</td><td>25</td><td>125</td><td>625</td><td>3125</td><td>15625</td></tr><tr><td>Reste modulo 7 de 5^n</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>						n	0	1	2	3	4	5	6	5^n	1	5	25	125	625	3125	15625	Reste modulo 7 de 5^n	1	5	4	6	2	3	1	0,5
	n	0	1	2	3	4	5	6																								
	5^n	1	5	25	125	625	3125	15625																								
	Reste modulo 7 de 5^n	1	5	4	6	2	3	1																								
b)	$\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $5^{n+6} - 5^n = 5^n(5^6 - 1)$ or d'après ce qui précède il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $5^6 = 7k + 1$ alors $5^{n+6} - 5^n = 5^n \times 7k = 7k'$ avec $k' = 5^n \times k \in \mathbb{N}$ d'où $\forall n \in \mathbb{N}$; $5^{n+6} - 5^n$ est divisible par 7						0,5																									
c)	D'après 1)b) $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $5^{n+6} - 5^n \equiv 0(mod7)$ $\Rightarrow 5^{n+6} \equiv 5^n(mod7)$ d'où 5^{n+6} et 5^n ont le même reste modulo 7						0,25																									
	d)	On a : $2024 = 6 \times 337 + 2$ avec $5^6 \equiv 1(mod7)$ et $5^2 \equiv 4(mod7)$ alors $(5^6)^{337} \equiv 1(mod7)$ donc $5^{6 \times 337} \times 5^2 \equiv 1 \times 4(mod7)$ d'où $5^{2024} \equiv 4(mod7)$ On a : $5^{2024} \equiv 4(mod7)$ et $5 \equiv 5(mod7)$ alors $5^{2024} \times 5 \equiv 20(mod7) \equiv 6(mod7)$ ainsi $5^{2025} \equiv 6(mod7)$						0,5																								
2)	a)	Soit $n = 6q + r$ avec $q \in \mathbb{N}$ et $r \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ On a : $5^6 \equiv 1(mod7)$ alors $5^{6q} \equiv 1(mod7)$ Et par suite $5^{6q} \times 5^r \equiv 5^r(mod7)$ ainsi $5^n \equiv 5^r(mod7)$ Alors le reste de la division euclidienne de 5^n par 7 est le même que le reste de la division euclidienne de 5^r par 7 <table><tr><td>Reste modulo 6 de n</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Reste modulo 7 de 5^n</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>						Reste modulo 6 de n	0	1	2	3	4	5	Reste modulo 7 de 5^n	1	5	4	6	2	3	0,5										
	Reste modulo 6 de n	0	1	2	3	4	5																									
Reste modulo 7 de 5^n	1	5	4	6	2	3																										
b)	D'après ce qui précède $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : 7 ne divise pas 5^n ainsi 7 et 5^n sont premiers entre eux.						0,25																									

3)	a)	$S_n = \sum_{k=0}^n 5^k = 5^0 + 5^1 + \dots + 5^n$ c'est la somme de n premiers termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q = 5 \neq 1$ et de premier terme $5^0 = 1$ et par suite : $S_n = (1^{er} \text{ terme de } S_n) \times \left(\frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q} \right)$ $S_n = 1 \times \frac{1 - 5^{n+1}}{1 - 5} = -\frac{1}{4}(1 - 5^{n+1}) \text{ d'où } 4S_n = 5^{n+1} - 1$	0,5																				
	b)	Soit $d = S_n \wedge 5^n$ alors d divise S_n et 5^n alors d divise la combinaison linéaire $5 \times 5^n - 4 S_n$ or d'après 3)a) $5^{n+1} - 4S_n = 1$ donc d divise 1 et par suite $d = 1$ ainsi S_n et 5^n sont premiers entre eux.	0,5																				
4)	a)	• Si $4S_n \equiv a(mod7)$ alors : $8S_n \equiv 2a(mod7) \Rightarrow S_n + \underbrace{7S_n}_{\equiv 0[7]} \equiv 2a(mod7) \Rightarrow S_n \equiv 2a(mod7)$ • Si $S_n \equiv 2a(mod7)$ alors : $4S_n \equiv 8a(mod7) \Rightarrow 4S_n \equiv a + \underbrace{7a}_{\equiv 0[7]} (mod7) \Rightarrow 4S_n \equiv a(mod7)$ ➤ $4S_n \equiv a(mod7) \Leftrightarrow S_n \equiv 2a(mod7)$	0,5																				
	b)	D'après 3)a) et 1)d) on a : $4S_n = 5^{n+1} - 1$ et $5^{2025} \equiv 6(mod7)$ alors $4S_{2024} = 5^{2025} - 1$ et $5^{2025} - 1 \equiv 5(mod7)$ ainsi $4S_{2024} \equiv 5(mod7)$	0,5																				
	c)	D'après 4)a) et 4)b) on a : $4S_{2024} \equiv 5(mod7) \Leftrightarrow S_{2024} \equiv 2 \times 5(mod7)$ or $2 \times 5 = 10 \equiv 3[7]$ Donc $S_{2024} \equiv 3(mod7)$	0,5																				
	d)	D'après 3)a) on a : $4S_n \equiv 0(mod7) \Leftrightarrow 5^{n+1} - 1 \equiv 0(mod7)$ Et comme $4 \wedge 7 = 1$ alors $4S_n \equiv 0(mod7) \Leftrightarrow S_n \equiv 0(mod7)$ <table border="1"><tr><td>Reste modulo 6 de n</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Reste modulo 7 de 5^n</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>Reste modulo 7 de $(5^{n+1} - 1)$</td><td>4</td><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td></tr></table> Alors $n = 6q + 5$ où $q \in \mathbb{N}$ Le plus petit entier naturel n tel que S_n est divisible par 7 est pour $q = 0$ on aura : $n = 5$	Reste modulo 6 de n	0	1	2	3	4	5	Reste modulo 7 de 5^n	1	5	4	6	2	3	Reste modulo 7 de $(5^{n+1} - 1)$	4	3	5	1	2	0
Reste modulo 6 de n	0	1	2	3	4	5																	
Reste modulo 7 de 5^n	1	5	4	6	2	3																	
Reste modulo 7 de $(5^{n+1} - 1)$	4	3	5	1	2	0																	
5)	a)	$(E_n): 5^n X + S_n Y = 1$ $5^n \times 5 + S_n \times (-4) = 5^{n+1} - 4S_n = 1$ (c'est d'après 3)a) Alors $(5, -4)$ est une solution entière de l'équation (E_n)	0,25																				

	On a : $\begin{cases} 5^n X + S_n Y = 1 & (1) \\ 5^n \times 5 + S_n \times (-4) = 1 & (2) \end{cases}$ $(1) - (2)$ donne : $5^n(X - 5) + S_n(Y + 4) = 0$ $\Leftrightarrow S_n(Y + 4) = 5^n(5 - X)$ $\Leftrightarrow S_n$ divise $5^n(5 - X)$ et comme 5^n et S_n sont premiers entre eux b) donc d'après Gauss S_n divise $(5 - X) \Leftrightarrow \begin{cases} S_n(Y + 4) = 5^n(5 - X) \\ 5 - X = k \times S_n \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\begin{cases} S_n(Y + 4) = 5^n \times k \times S_n \\ 5 - k \times S_n = X \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = k \times 5^n - 4 \\ X = 5 - k \times S_n \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ➤ $S_{\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}} = \{(5 - k \times S_n; k \times 5^n - 4); k \in \mathbb{Z}\}$	0,75
--	---	------