Lycée secondaire K S Prof : A.Kinen	**Devoir de contrôle n°2** 16/02/2009	4^{eme}sciences exp Durée : 2 heures

EXERCICE1 (3,5 POINTS)

I. Indiquer sur votre copie la lettre qui convient

1) La primitive de $x \mapsto cosx$ qui s'annule en $\frac{\pi}{2}$ est la fonction :
   a) $x \mapsto sinx$
   b) $x \mapsto 1 + sinx$
   c) $x \mapsto -1 + sinx$
2) La primitive de $x \mapsto \sin(x)\cos(x)$ qui s'annule en 0 est la fonction :
   a) $x \mapsto -cosxsinx$
   b) $x \mapsto \frac{1}{2}\sin(2x)$
   c) $x \mapsto \frac{1}{2}sin^2x$
3) $\int_{-1}^{1} x^3 sin^8 x dx =$
   a) 0
   b) $\frac{1}{32}sin1$
   c) $2cos1$

II. Répondre par vrai ou faux en justifiant.

1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} xcosx\, dx = 1 - \frac{\pi}{2}$
2) L'espace est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$
   Soit $C = \{M(x,y)\ tels\ que\ y = \sqrt{x}\ ; 0 \le x \le 5\}$et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe (ox).le volume de S est : $V = \frac{25\pi}{2}$

EXERCICE2 (5 POINTS)

L'espace ξ muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On donne le point A(5,-1,1) et la droite Δ passant par C(3,-1,2) et de vecteur directeur $\vec{u} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$

1)
   a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \vec{u}$
   b) Déduire que A n'appartient pas à Δ.
   c) Calculer la distance du point A à la droite Δ.

2) Soit le point B(4,-2,2)
   a) Donner une équation paramétrique de Δ.
   b) Vérifier que B∈Δ.
   c) Déterminer l'aire du triangle ABC.
3) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

EXERCICE3 (5,5 POINTS)

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Vérifier que f est définie sur $[-1,1]\backslash\{0\}$
2) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1 et interpréter graphiquement le résultat.
3) Etudier la dérivabilité de f sur $]0,1[$ et déterminer f'
4) Dresser le tableau de variation de f.
5)
   a) Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{C}$ et de la droite D d'équation $y = x$
   b) Tracer $\mathcal{C}$ (on peut prendre$\|\vec{\imath}\| = 2cm$)
6)
   a) Montrer que f réalise une bijection de $]0,1[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.
   b) Expliciter $f^{-1}(x)$, pour $x \in J$
   c) Tracer la courbe $\mathcal{C}$' de f^{-1}dans $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

EXERCICE4 (6 POINTS)

On considère la fonction F définie sur $[0,\frac{\pi}{2}]$par $F(x) = \int_0^{cosx} \sqrt{1-t^2}\, dt$

Et soit $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) Vérifier que F est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}]$ et déterminer sa dérivée.
2) Calculer $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$
3) En déduire que pour tout $x \in [0,\frac{\pi}{2}]$on a :
   $F(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin(2x)+\frac{\pi}{4}$
4) Calculer $\int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt$
5) Dresser le tableau de variation de F
6) Déterminer les équations des tangentes à $\mathcal{C}$ aux points d'abscisses $x = 0\ et\ x = \frac{\pi}{2}$ et étudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à ses tangentes.
7) Tracer $\mathcal{C}$.