Lycée 07 Nov. 1987 Métlaoui Prof : Ali DINARI	**DEVOIR DE CONTROLE N°2** **MATHEMATIQUES** **CLASSE 4ème Sciences Expérimentales 1**

<u>Exercice n°1 : Q.C.M</u> (3points)

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la seule bonne réponse. (Aucune justification n'est demandée).

1) La primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto x\cos x$ qui prend 1 en 0 est :

   a) $x \mapsto \frac{x^2}{2}\sin x - 1$ b) $x \mapsto x\sin x + \cos x$ c) $x \mapsto \cos x - x\sin x$

2) Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ par : $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ alors $\left(f^{-1}\right)'\left(\sqrt{2}\right) =$

   a) $\sqrt{2}$ b) $-\sqrt{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^4 - 6x^2 + 1$. C_f admet :

   a) un point d'inflexion b) deux points d'inflexions c) trois points d'inflexions

<u>Exercice n°2 :</u> (6points)

Soit la fonction f définie sur $[2, +\infty[$ par : $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$.

1) Dresser le tableur de variation de f.
2) Montrer que f réalise une bijection de $[2, +\infty[$ sur un intervalle J à préciser.
3) Soit f^{-1} la fonction réciproque de f.

   a) Déterminer le sens de variation de f^{-1} sur J, et calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f^{-1}(x)$ et $f^{-1}(2)$.

   b) Calculer f(3) puis $\left(f^{-1}\right)'\left(\sqrt{5} + 3\right)$.

   c) Expliciter $f^{-1}(x), x \in J$.

Exercice n°3 : (6points)

Dans l'espace ($\mathscr{E}$) rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points A(2,1,0) ;

B(1,2,2) ; C(3,3,1) et D(0,m,m) avec $m \in \mathbb{R}$.

1) a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

   b) En déduire l'aire du triangle ABC.

   c) Donner une équation du plan P contenant les points A, B et C prouver que $D \notin P$.

2) Montrer que le volume de ABCD est $V = \dfrac{1}{3}$.

3) Soit (S) l'ensemble des points M(x,y,z) de $\mathscr{C}_f$ vérifiant : $x^2+y^2+z^2 - 2x - 4y + 2z + 2 = 0$.

   a) Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le rayon et les coordonnées du centre I.

   b) Montrer que (P) coupe (S) suivant un cercle ($\mathscr{C}$) dont on précisera le rayon et les coordonnées du centre I.

   c) Donner les équations cartésiennes des plans P_1 et P_2 parallèles à P et tangents à (S).

Exercice n°4 : (5points)

Soit la fonction f définie sur [0,1[par : $f\left(x\right) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^4}}$.

($\mathscr{C}$) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) a) Dresser le tableau de variation de f.

   b) Déterminer la position de ($\mathscr{C}$) par rapport à la droite Δ d'équation y = x puis tracer ($\mathscr{C}$).

2) Soit F la primitive de f sur [0,1[qui s'annule en 0 et $g\left(x\right) = F\left(\sqrt{\tan x}\right)$.

   a) Montrer que g est continue sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et dérivable sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et calculer g'(x).

   b) En déduire que pour tout $x \in \left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ on a : $g(x) = \dfrac{x}{2}$.

   c) Calculer alors F(1).