Exercice n°1 : (8 points)

On considère la suite réelle U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n}{2+u_n} \text{ pour tout n } \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. a) Calculer u_1 et u_2.
   b) La suite U est elle arithmétique ? ou géométrique ?
2. a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $u_{n+1} = 4 - \dfrac{8}{2+u_n}$.
   b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $0 < u_n < 2$.
   c) Etudier la monotonie de la suite U.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = 1 - \dfrac{2}{u_n}$.
   a) Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Exprimer pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n puis u_n en fonction de n. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
   c) Soit $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ et $S'_n = \dfrac{1}{u_0} + \dfrac{1}{u_1} + ... + \dfrac{1}{u_n}$.
      Exprimer S_n et S'_n en fonction de n.
4. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = u_n - 2$.
   a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $|w_{n+1}| \le \dfrac{2}{3}|w_n|$.
   b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $|w_n| \le \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.
   c) Retrouver alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice n°2 : (6 points)

Une urne contient cinq boules blanches numérotées : 1, 1, 1, 2, 2 et quatre boules rouges numérotées : 1,2,2,2
Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

I. On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.
   1. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
      A : « avoir trois boules de même couleur »
      B : « l'une au moins porte le numéro 2 »
      C : « avoir trois boules de même couleur ou de même numéro ».
   2. On désigne par S la somme des numéros inscrits sur les trois boules tirées.
      a) Déterminer toutes les valeurs prises par S.
      b) Calculer la probabilité de chaque valeur possible de S.

II. On tire maintenant successivement et sans remise deux boules de l'urne.
   On note a le numéro de la première boule tirée et b celui de la deuxième boule tirée.
   Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère le plan P : $x + ay + b = 0$,

le point $E(-3,1,0)$, le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\b\\0\end{pmatrix}$ et la droite $\mathscr{D}(E,\vec{u})$ passant par E et de vecteur directeur $\vec{u}$.

Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :
« $\mathscr{D}$ est perpendiculaire à P ».
« $\mathscr{D}$ est sécante à P en E ».

III. Reprendre la même question que dans II] dans le cas d'un tirage successif avec remise de deux boules.

Exercice n°3 : (6 points)

Les deux questions de l'exercice sont indépendantes.

1. Le tableau suivant donne les effectifs des notes obtenues dans une classe en Maths et en Physique :

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Maths	0	0	0	0	1	0	1	1	3	4	4	1	3	2	2	1	1	0	0	0	0
Physique	0	1	0	0	2	0	1	2	1	1	4	2	2	0	3	2	1	0	1	0	1

a) Calculer médiane m_e et quartiles Q_1 et Q_3 en Maths.

b) Calculer médiane m_e' et quartiles Q_1' et Q_3' en Physique.

c) Représenter les diagrammes en boîte des notes en Maths et en Physique. Les élèves ont-ils le même profil en Maths qu'en Physique ?

2. En cinq ans de 2000 à 2005, les ventes d'une firme automobile ont presque triplé. Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de véhicules vendus (en milliers) de 2000 (année 0) à 2005 (année 5).

Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de véhicules y_i vendus en milliers	14	22	28	33.5	38.5	41

a) Représenter le nuage de points (x_i, y_i) associé à cette série double dans un repère orthogonal.
On prendra comme échelle, 2 cm sur l'axe des abscisses pour représenter une année et 1 cm sur l'axe des ordonnées pour représenter 4000 véhicules.

b) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.

c) Donner un ajustement affine de la série (X, Y).

d) Combien vendra – t – on de véhicules en 2010 ?