LYCEE M^{ED}ALI- EL HAMMA 4EME ANNEE SECONDAIRE SECTION :MATHEMATIQUES	**DEVOIR DE SYNTHESE N°2 EN MATHEMATIQUES**	PROF. : GHRIBI HOUCINE DATE :13-05-2011 DUREE : 4 HEURES

EXERCICE 1 : 3 points

Choisir parmi les réponses proposées celle qui est correcte en indiquant sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie .

Aucune justification n'est demandée.

1) L'intégrale $\int_{e^{-2}}^{1}(1+lnx)dx$ est égale à :

a) $\frac{-2}{e^2}$ b) $\frac{2}{e^2}$ c) $2e^2$

2) $\lim_{x\to+\infty} xln(\frac{x-1}{x})$ est égale à:

a) -1 b) 0 c) 1

3) $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ est une base orthonormée directe de l'ensemble des vecteurs de l'espace .

Le vecteur $(\vec{\imath}+\vec{\jmath}+\vec{k})\wedge\vec{\imath}$ est égal à :

a) $\vec{\imath}-\vec{k}$ b) $\vec{k}-\vec{\jmath}$ c) $\vec{\jmath}-\vec{k}$

EXERCICE 2: 3 points

Une entreprise envisage la fabrication d'un nouveau produit .

Une étude a permis d'établir le tableau suivant ou,pour différentes observations,X désigne la quantité du produit que la clientèle est disposée à acheter,et Y le prix de vente (en DT) d'une unité

X	350	400	450	500	550	600
Y	140	120	100	95	85	70

1) a) Calculer le coefficient de corrélation r de la série (X,Y) et l'interpréter

b) Déterminer une équation de la droite de regression de Y en X (les coefficients seront arrondis à 10^{-1} près)

2) Soit R(x) la recette correspondant à la vente de y articles au prix unitaire x

a) Montrer que $R(x)=-0.3x^2+226.5x$

b) Dresser le tableau de variation de R sur IR+

c) Quel est le prix de vente y_0 pour lequel la recette est maximale.Calculer cette recette maximale.

EXERCICE 3 : 4 points

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv \frac{\pi}{3}\,(2\pi)$.

On désigne par I le milieu de [AC] et J le milieu de [AB].

1) Soit S la similitude directe telle que S(J)=A et S(A)=B

a) Déterminer le rapport et l'angle de S

b) Construire H le centre de S

2) Soit S' la similitude indirecte telle que S'(J)=A et S'(A)=B

a) Quelle est la nature du triangle IJA ?

b) En déduire que S'(I)=C

3) Soit Ω le barycentre des points pondérés (J,2) et (A,1)

a) Montrer que $2\overrightarrow{\Omega A}+\overrightarrow{\Omega B}=\vec{0}$

b) En déduire que S'(Ω)= Ω

c) Déterminer et construire l'axe Δ de S'

4) Soit f=SOS'. Déterminer la nature de f et la caractériser

EXERCICE 4 :4 points

1) Soit p un entier naturel,en remarquant que p s'écrit de la forme 3q+r avec q $\in$ IN

et r $\in$\{0,1,2\} , déterminer le reste modulo 14 de 9^p (On discutera suivant r)

2) a) Vérifier que 2011≡9 (mod 14)

b) En déduire que pour tout entier naturel non nul l'entier

$A=8(2011)^{3n}+(2011)^{3n-1}+(2011)^{3n-2}$ est divisible par 14

3) Soit dans Z^2 l'équation (E) : 14x+9y=1

   a) Déterminer une solution particulière de (E)

   b) Résoudre (E) dans Z^2

EXERCICE 5 : 6 points

Soit f la fonction définie sur IR+ par $f(x)=\sqrt{e^x-1}$ et C sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (l'unité graphique est 2 cm)

I) 1) a) f est elle dérivable à droite en 0 ?

   b) Calculer f'(x) pour x>0 et dresser le tableau de variations de f

2) a) Vérifier que $f''(x)=\frac{1}{4}\frac{e^x(e^x-2)}{(e^x-1)\sqrt{e^x-1}}$ pour tout x>0

   b) En déduire que C admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées

   c) Ecrire une équation de la tangente T à C au point I

3) a) Etudier la branche infinie de C au voisinage de $+\infty$

   b) Tracer T et C

II) Soit G la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par $G(x)=\int_0^{\ln(1+tan^2x)} f(t)dt$

1) Soit $u(x)=\ln(1+\tan^2x)$ $\qquad x\in[0,\frac{\pi}{2}[$

   a) Calculer u'(x)

   b) Justifier que $u([0,\frac{\pi}{2}[) = [0,+\infty[$

2) a) Montrer que G est dérivable sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ et que $G'(x) = 2\tan^2x$ pour tout $x\in[0,\frac{\pi}{2}[$

   b) En déduire une deuxième expression de G(x)

   c) Calculer alors l'aire A de la partie du plan limitée par C et les droites d'équations respectives y=0 , x=0 et x=ln2.

AVEC MES ENCOURAGEMENTS