Lycée 7 Novembre Menzel Bou Zelfa

DEVOIR DE SYNTHESE N°2

Mr Ferchichi Béchir

Classe : 4 éme Math 1
Matière : Math
Date : 4 /03/2008

Coeff : 04
Durée : 4h

EXERCICE N°1(3points)

Indiquer la bonne réponse et justifier

Q1) $\int_0^2$ dx est égale à :

a) x b) 0 c) 1 d) 2

Dans la suite f est une fonction continue sur IR

Q2) $\int_0^2$ (f(t)+1)dt est égale à :

a) $\int_0^2 f(t)dt+2$ b) $\int_0^2 f(t)dt+1$ c) $\int_0^2 f(t)dt$ d) $\int_0^2 f(t)dt+2x$

Q3) Le nombre $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)dx$ est compris entre :

a) -2 et -1 b) 0 et $\frac{\pi}{2}$ c) 2 et 3 d) 0 et π

Q4) La dérivée de la fonction définie sur IR par f(x) = $\int_x^{x^2} f(t)dt$
est égale à :

a) f(x) b) $f(x^2) - f(x)$ c) $2xf(x^2)-f(x)$ d) 2xf(x) -1

EXERCICE N°2 (4points)

a) Quel est le reste de la division euclidienne de 6^{10} par 11 ? Justifier.

b) Quel est le reste de la division euclidienne de 6^4 par 5 ? Justifier.

c) En déduire que $6^{40} \equiv 1[11]$ et que $6^{40} \equiv 1[5]$.

d) Démontrer que $6^{40}-1$ est divisible par 55.

2. Dans cette question x et y désignent des entiers relatifs.

a) Montrer que l'équation (E) : 65 x – 40 y = 1 n'a pas de solution.

b) Montrer que l'équation (E') : 17 x – 40 y = 1 admet au moins une solution.

c) Déterminer à l'aide de l'algorithme d'Euclide un couple (x_0, y_0) solution de (E').

d) Résoudre l'équation (E').

En déduire qu'il existe un unique entier naturel n inférieur à 40 tel que : $17n \equiv 1[40]$.

EXERCICE N°3 (5points)

Dans le plan oriente dans le sens direct on donne un triangle ABC équilatéral direct .Soit D le symétrique de C par rapport a (AB) et E=S_B (A) On désigne par I le milieu de [AB] (prendre (AB) horizontale)

1.) Montrer que AE = 2AB.

Soit S la similitude directe de centre Ω , de rapport k et d'angle θ qui envoie A en B et E en D.

2). Déterminer k et vérifier que $\theta \equiv -\frac{2\pi}{3}[2\pi]$.

3). On désigne par (C) le cercle circonscrit au triangle ACE.

Démontrer que le transformé de (C) par S est le cercle (C ') de diamètre [BD] et déduire que l'image du point C par S est le point J milieu de [DE].

4. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(A, \vec{u}, \vec{v}\right)$ tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AI}$.

a) Déterminer les affixes des points B, C, D et E.

b) Donner la forme complexe de S et préciser l'affixe de son centre Ω

EXERCICE N°4 (4points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0, 2] par f(x) = $2\sqrt{2x - x^2}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé R =$\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan

.

1. Etudier les variations de f. Et tracer (C)

2. On désigne par F la fonction définie sur l'intervalle $\left[0, \pi\right]$ par

F(x) = $\int_0^{1+\cos x} f(t)dt$.

a) Montrer que F est dérivable sur $\left[0, \pi\right]$ et que pour tout x de $\left[0, \pi\right]$

On a F'(x) = - $2\sin^2(x)$.

b) Calculer $F(\pi)$ et en déduire l'expression de F(x) pour tout x de $\left[0, \pi\right]$.

Calculer l'aire A, en unité d'aire de la partie du plan comprise entre (C) et les droites d'équations respectives y=0 x =0 et x =2

EXERCICEN°5 (4 points)

Soit g la fonction définie par g(x)=x^2-2+ln(x)

1) Etudier les variations de g

2) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α et que

$1,3 \leq \alpha \leq 1,4$

3) Déduire le signe de g (x) selon x

Soit f définie par $f(x)= \frac{1}{x}(x^2+1- \ln(x))$

4) Etudier les variations de f Déterminer les asymptotes de (Cf) et construire cette courbe

Montrer que $f(\alpha)= -\frac{1}{\alpha}+2\alpha$

5) Déterminer les primitives de f