Lycée El-Athar Sbeïtla	Devoir de synthèse n° 2	Prof : Bouazizi M[ed] Fadhel
2008/2009	Durée : 2h	Niveau: 3[ème] sc.exp

Exercice n°1 (3pts):

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte cocher la sans aucune justification :

1) si $z = \frac{(4+2i)^2}{2i}$ alors $\lvert z \rvert =$	a) 13
	b) $\frac{26}{\sqrt{2}}$ i
	c) 10
2) la partie réelle du nombre complexe $z = (3 + i)^2$ est :	a) 2
	b) 3
	c) 8
3) la forme trigonométrique du nombre complexe - 1+ i$\sqrt{3}$ est :	a) $4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$
	b) $4\left(\cos\frac{-\pi}{3} + i\sin\frac{-\pi}{3}\right)$
	c) $2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

Exercice n°2(5pts):

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o;\vec{u};\vec{v})$.

I) On considère le nombre complexe $z_1=1+2i$.

1) Calculer les nombres complexes $z_2 = iz_1$ et $z_3 = iz_2$.

2) a- Placer les points A ;B et C d'affixes respectives z_1 ;z_2 et z_3.

b- Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en M_2.

c- Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD un carré.

II) A tout nombre complexe **z** $\neq -3$ on associe le nombre complexe $z' = \frac{z-2i}{z+3}$.

1) On suppose que $z = z_1$, déterminer l'écriture cartésienne de z'.

2) Déterminer l'ensemble Δ des points M(z) tel que z' soit imaginaire.

Exercice n°3 (6pts):

Soit f la fonction définie sur IR par :$f(x) = ax^3 + bx^2 - 4$ où a et b deux réels.
1) Déterminer les réels a et b sachant que f admet un extremum local en -2 égal 0.

Dans la suite on prend a = 1 et b = 3. $\left(f(x) = x^3 + 3x^2 - 4\right)$

2) a- Dresser le tableau de variation de f.
b- Montrer que le point I(-1 ;-2) est un centre de symétrie de la courbe C_f.

c- Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point I et étudier la position relative de C_f par rapport à T.

d- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement ces résultats.

e- Tracer T et C_f.

3) Soit $g(x) = \lvert x\rvert^3 + 3x^2 - 4$.

a- Montrer que g est paire. Interpréter graphiquement ce résultat.

b- Exprimer g(x) en fonction de f(x) pour tout x de IR+.

c- En déduire une construction de la courbe C_g a partir de C_f.

Exercice n°4 (6pts):

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{-x^2-x+1}{x-1}$; ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est dérivable sur IR\{-1} et que f '(x)= $\dfrac{-x^2+2x}{(x-1)^2}$.

2) a- Dresser le tableau de variation de f.
   b- Résoudre dans IR l'équation f(x) = 0.
   c- En déduire du tableau de variation de f le signe de f.

3) a- Montrer que pour tout x de D_f on a f(x) = $-x-2-\dfrac{1}{x-1}$.
   b- En déduire que ζ_f admet une asymptote oblique D au voisinage de -∞ et +∞ que l'on précisera.
   c- Déterminer l'autre asymptote à ζ_f.

4) Déterminer les abscisses des points de ζ_f où la tangente est perpendiculaire à la droite D' :y= $-\dfrac{1}{6}x$.

Bon travail