

**Exercice 1 :**

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

- 1) Si une fonction  $f$  admet un extremum en  $a$  alors  $f'(a) = 0$ .
- 2) Si  $f'(x) = (x-3)^2$  alors  $f$  admet un extremum en 3.
- 3) Si  $f'(x) = \frac{-1}{x+1}$  alors la courbe de  $f$  passe par le point de coordonnées  $(0, -1)$
- 4) Si  $f'(x) = g'(x)$  sur un intervalle ouvert  $I$  alors  $f(x) = g(x)$  sur  $I$ .
- 5) La fonction  $x \mapsto |x|$  n'est pas dérivable sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 2 :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + k}{x-1}$  (avec  $k \in \mathbb{R}$ )

- 1) Déterminer  $k$  pour que  $f$  admette un extremum en 3
- 2) On prend  $k = 7$ 
  - a- Déterminer le domaine de définition de  $f$  et étudier les limites aux bornes de  $D_f$ .
  - b- Calculer  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de  $f$ .
  - c- Préciser la nature des extrema
- 3) Discuter selon le paramètre réel  $m$ , le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = m$
- 4) Déterminer les réel  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ 
  - a- En déduire que la droite  $\Delta : y = x - 3$  est une asymptote oblique à  $\mathcal{C}$  au voisinage de  $(\pm\infty)$
  - b- Etudier la position relative de  $\mathcal{C}$  et  $\Delta$ .

**Exercice 3 :**

Soit la fonction  $f : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 4$

- 1) a- Calculer  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation de  $f$ .  
b- Vérifier que  $f(-1) = 0$ . En déduire le signe de  $f$ .
- 2) Déterminer le point de la courbe de  $f$  où la tangente a pour coefficient directeur  $(-3)$
- 3) soit la fonction  $g : x \mapsto \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x$ 
  - a- Vérifier que  $g'(x) = f(x)$
  - b- Utiliser la question 1) b- pour en déduire le tableau de variation de  $g$ .
- 4) Calculer  $g'(2)$  et écrire une équation de la tangente à la courbe de  $g$  au point d'abscisse 2.  
 $g$  admet-elle un extremum en 2 ? Justifier.
- 5) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution dans l'intervalle  $] -2, -1[$ .

**Exercice 4 :**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

On donne les points définis par leurs coordonnées cartésiennes :  $A(\sqrt{3}, -1)$  et  $B(2, 2\sqrt{3})$

- 1) a- Déterminer les composantes des vecteurs :  $\vec{OA}$  et  $\vec{OB}$ .  
b- En déduire que le triangle  $OAB$  est rectangle en  $O$ .
- 2) a- Déterminer les coordonnées polaires de  $A$  et  $B$ .  
b- En déduire que  $(\vec{OA}, \vec{OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$
- 3) Soit  $C$  le point de coordonnées polaires  $(2, \frac{5\pi}{6})$ 
  - a- Montrer que les points  $A$ ,  $C$  et  $O$  sont alignés.
  - b- Déterminer les coordonnées cartésiennes de  $C$ . En déduire que  $O = A * C$ .