LYCEE SECONDAIRE IBN SINA MENZEL BOURGUIBA ******* Proposé par : M^r^ HAOUATI CHOKRI M^eme^ : CHAKROUN RAMLA	DEVOIR DE SYNTHESE N° 1 4^éme^ Science Technique 1+2+3+4 MATHEMATIQUES Le 6 / 12 / 2008 Nombre de pages : 3 pages

Exercice N°1

Pour Chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte.

Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée

Soit f une fonction dérivable sur IR ayant pour tableau de variation :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

1) Le nombre de solution dans IR de l'équation f (x)= -1 est :
   a) 1 solutions b) 2 solutions c) 3 solutions
2) La tangente a la courbe représentative de f au point d'abscisse -1 est parallèle a la droite d'équation :
   a) x=-1 b) y=-3 c) y=2x
3) $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} =$
   a) 0 b) -∞ c) + ∞
4) $\lim_{-1^+} \frac{1}{f(x)-2} =$
   a) $-\infty$ b) + ∞ c) on ne peut pas savoir

Exercice N°2

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$
   b) Ecrire les solutions sous la forme exponentielle
   c) Résoudre l'équation : $z^4 - \sqrt{3}z^3 + 1 = 0$
2) Soit θ un réel de $]-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}[$ on considère l'équation (E) : $z^2 - (2\sin\theta)z + 1 = 0$
   a) Vérifier que $e^{i(\frac{\pi}{2}-\theta)}$ et $e^{-i(\frac{\pi}{2}-\theta)}$ sont les solutions de (E)
   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^4 - (2\sin\theta)z^2 + 1 = 0$

Exercice N°3

La courbe (C) donnée représente une fonction f définie et dérivable sur [-4,5]

La droite (T) est tangente a (C) au point d'abscisse -1

La tangente a (C) au point d'abscisse 2 est parallèle a l'axe des abscisse

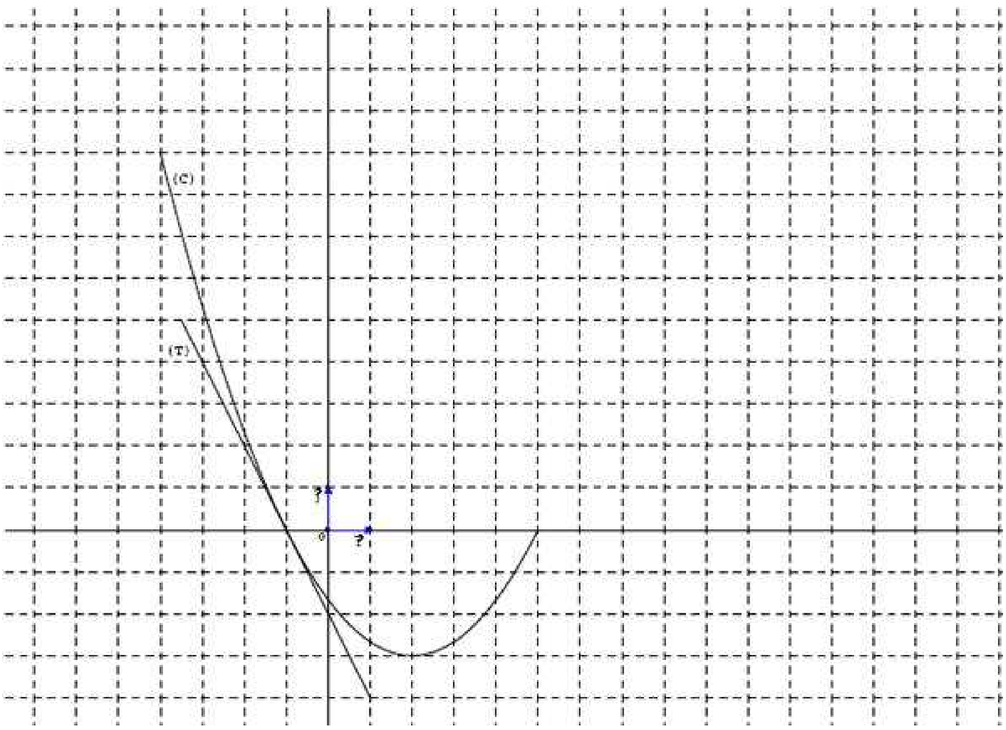
A] Par lecture graphique donné sans justification

1) f(-4) , f(2) , f '(-1) , f ' (2)
2) Le tableau de signe de f(x)
3) Le tableau de variation de f en précisant le signe de f '(x)
4) Soit h une fonction deux fois dérivables sur [-4,5] et tel que h '' (x)= f(x)

Montrer que la courbe de h admet un point d'inflexion dont on précisera son abscisse

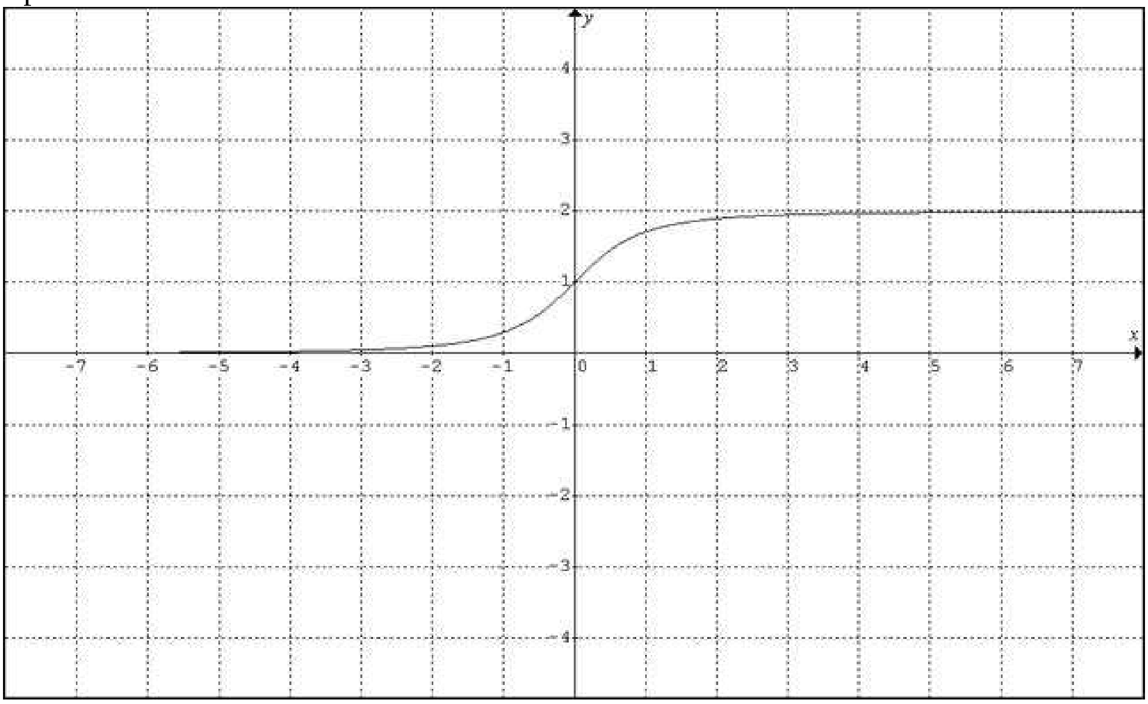
B] Soit g la fonction définie sur [-4,5] par g(x)= $f^{2}(x)$

1) Calculer g(2) et g(5)
2) Exprimer g'(x) en fonction de f(x) et f '(x)
3) Dresser le tableau de variation de g



Exercice N°4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x)= $1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. On donne la courbe de f dans un repère orthonormé



1) Déterminer graphiquement le signe de f sur $\mathbb{R}$

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par g(x)= $x+\sqrt{x^2+1}$

   a) Montrer que pour tout x $\in \mathbb{R}$, on a : g '(x) = f(x)

   b) Dresser le tableau de variation de g

   c) Montrer que g réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera

3) Déterminer le domaine de continuité et de dérivabilité de la fonction réciproque g^{-1} , ainsi que son sens de variation

4) a) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour x $\in$ J

   b) Calculer $g^{-1}(2)$ puis $(g^{-1})'(2)$

   c) Ecrire une équation de la tangente a la courbe de g^{-1} au point A (2, $g^{-1}(2)$)

***************BON TRAVAIL ***************