Lycée Ibn khaldoun	Devoir de synthèse N°1	Classe : $4^{ème}$ Sc.techniques 1
Prof : Zribi Ramzi	8 décembre 2010	Durée : 2heures

Exercice n°1

(3pts)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à donner la réponse exacte en ***justifiant.***

N°	questions	réponses		
		a	b	c
1	Soit f une fonction dérivable sur IR telle que : $f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ alors pour tout $x \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$ on a: $(f \circ tg)'(x) =$	1	$1 + tg^2(x)$	$\dfrac{1}{1+tg^2(x)}$
2	f une fonction dérivable et bijective de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que la tangente à C_f au point d'abscisse 1 est T: $y = 2x + 1$ alors :	$(f^{-1})'(3) = \dfrac{1}{3}$	$(f^{-1})'(3) = -2$	$(f^{-1})'(3) = \dfrac{1}{2}$
3	Soit $z = \sqrt{3} + i$. $z^n \in i\mathbb{R}$ signifie	$n = 3k$	$n = 6k$	$n = 6k + 3$

Exercice n°2

(8 pts)

le plan est muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{u}, \vec{v})$.

1°) Trouver les racines carrées de $-8 - 6i$.

2°) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : (E) $z^3 - (3 + i)z^2 + 6(1 + i)z - 8i = 0$.

a)Montrer que (E) possède une solution imaginaire pure z_0 que l'on précisera.

b)Trouver alors les autres solutions z_1 et z_2 .

3°) Soit A et B les images respectives de $1 + i$ et $2(1 - i)$.

a)Placer les point A et B dans le repère $\mathcal{R}$.

b)Ecrire $\dfrac{z_B}{z_A}$ sous forme algebrique.

c)Que peut – on conclure pour le triangle OAB.

4°) Soit $\theta \in [0,\pi]$ et $Z_\theta = -2e^{i\theta} + 1 + i$

a) Placer les points I et J d'affixes respectives Z_0 et Z_π

b)Ecrire $Z_\theta - (1+i)$ sous forme exponentielle.

c)Déterminer, alors, et construire l'ensemble E des points $M(Z_\theta)$ lorsque θ décrit l'intervalle $[0,\pi]$.

Exercice n°3

(9 pts)

le plan est muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$

Soit f la fonction définie sur [0,2[par $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{2-x}}$.

1°)a) Etudier la dérivabilité de à droite de 0 et interpréter le résultat.

b)Montrer que $f'(x) = \dfrac{1}{(2-x)^2\sqrt{\dfrac{x}{2-x}}}$ pour tout $x \in]0,2[$.

2°)a)Donner le tableau de variation de f.

b)Donner l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse1

c) Montrer que $f(x) - x = \dfrac{x(x-1)^2}{x + \sqrt{\dfrac{x}{2-x}}}$ pour tout $x \in]0,2[$;

en déduire la position de C_f par rapport à T.

3°) Tracer T et C_f.

4°)a)Montrer que f réalise une bijection de [0,2[vers un intervalle J à préciser.

b)Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère.

c)Donner l'expression $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.