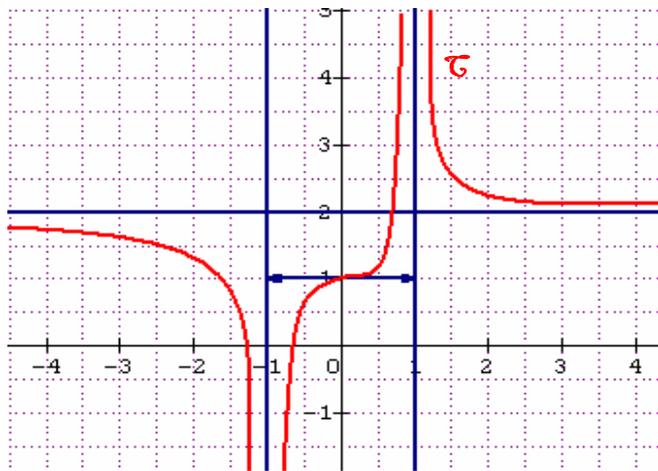
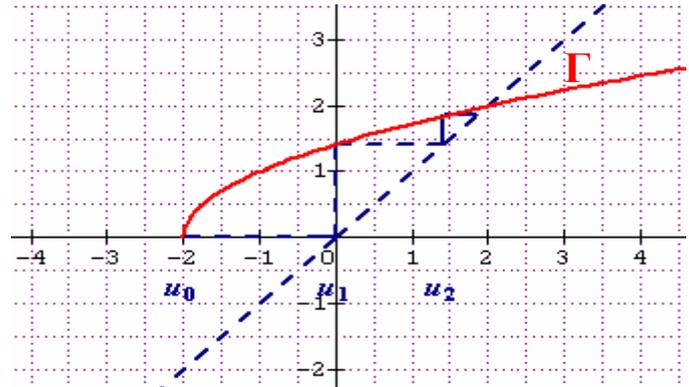


Exercice 1 (4 points)

Recopier toutes les réponses sur votre copie puis cocher la réponse exacte :

1) Le graphique ci-contre représente une suite U qui est :

- Convergente et sa limite est égale à 2.
- Décroissante
- Divergente



2) La courbe \mathcal{C} à gauche représente une fonction f .

a) f réalise une bijection :

- de $]-\infty, -1]$ sur $]-\infty, 2[$
- de $]-1, 1[$ sur \mathbb{R} .
- de $]1, +\infty[$ sur $[0, +\infty[$.

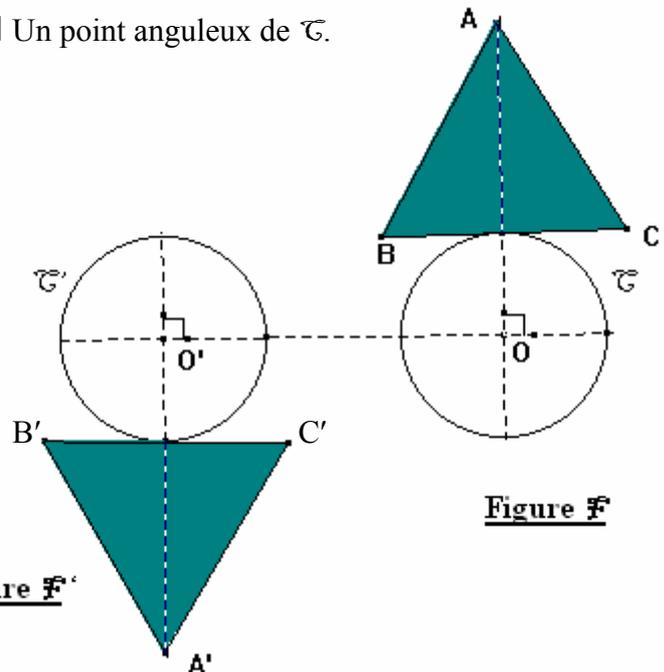
b) Le point $A(0, 1)$ est :

- Un centre de symétrie de \mathcal{C} .
- Un point d'inflexion de \mathcal{C} .
- Un point anguleux de \mathcal{C} .

3) On donne les deux figures géométriques \mathcal{F} et \mathcal{F}' ci-contre, \mathcal{F} est formée du cercle \mathcal{C} de centre O et du triangle ABC , \mathcal{F}' est formée du cercle \mathcal{C}' de centre O' et du triangle $A'B'C'$.

La figure \mathcal{F}' est l'image de la figure \mathcal{F} par :

- Une translation.
- Une symétrie axiale.
- Une symétrie glissante.



Exercice 2 (5 points)

On considère dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^3 + (-8 + i)z^2 + (17 - 8i)z + 17i = 0$.

1) Montrer que $(-i)$ est une solution de (E).

2) Résoudre alors l'équation (E).

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé on donne les points A, B et C d'affixes respectives $4 + i, 4 - i$ et $(-i)$.

a) Calculer AB, BC et une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

b) En déduire la nature du triangle ABC

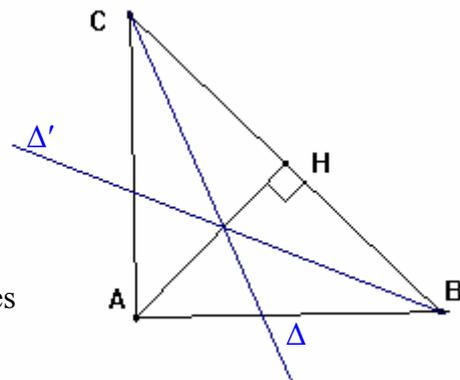
Exercice 3 (5 points)

On donne un triangle ABC rectangle et isocèle en A, H est le projeté orthogonal de A sur la droite (BC), Δ est la bissectrice du Secteur $[CA, CB]$ et Δ' est la bissectrice du secteur $[BA, BC]$

Comme indique la figure ci-contre :

On pose $f = S_{\Delta} OS_{(AC)}$ et $g = S_{\Delta'} OS_{(AB)}$.

Reproduire la figure sur votre copie que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.



1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune des isométries f et g.

2) a) Construire le point D image de A par f.

b) Construire le point E image de A par g.

c) Montrer que $BD = CE$ et comparer les triangles ABD et ACE.

d) En déduire que $H = E * D$.

3) Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Construire le point F image de H par R et le point G symétrique de C par rapport à la droite (AF).

b) Montrer que $A = B * G$.

Exercice 4 (6 points)

Soit U la suite réelle définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{4}{\sqrt{2+U_n}} \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+2}}$.

a) Etudier le sens de variation de f.

b) Montrer que 2 est la seule solution de l'équation $f(x) = x$.

c) Montrer que pour tout réel $x \geq 0$, $|f'(x)| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) Soit V et W les suites réelles définies sur \mathbb{N} par $V_n = U_{2n}$ et $W_n = U_{2n+1}$.

a) Montrer que V est croissante.

b) Montrer que W est décroissante.

c) Montrer que pour tout entier naturel n, $|V_{n+1} - W_{n+1}| \leq \frac{1}{2} |V_n - W_n|$.

d) En déduire que pour tout entier naturel n, $|V_n - W_n| \leq \frac{\sqrt{2}}{2^{n-1}}$.

e) Calculer alors la limite de $(V_n - W_n)$ quand n tend vers $+\infty$.

3) En déduire que la suite U est convergente et calculer sa limite.