Lycée Chebbi Gabès 08-09	Devoir de synthèse n°1 3° sciences expérimentales 1 et 2	Amorri Mongi

Exercice n°1 :

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction définie et continue sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$

x	$-\infty$	0	1	1.5	2	3	5
f(x)	2 ↘	0,5	-1 ↗	1	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗ 4 ↘	1

1- Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$ .Interpréter graphiquement chaque limite .

2- a- En utilisant le tableau de variations de f, déterminer les images par f des intervalles suivants : $[0,1]$ et $\left[1,\frac{3}{2}\right]$ en le justifiant

b- Montrer que l'équation f(x) = 0 possède une seule solution $\alpha\in[0,1]$ et une seule solution $\beta\in\left[1,\frac{3}{2}\right]$

3- On pose g(x) = f(x)-x

a- Montrer que g est strictement décroissante sur l'intervalle [3,5]

b- Calculer g(3) et g(5) et en déduire que l'équation f(x)=x a une solution unique a ∈[3,5]

Exercice n°2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{4x^2-5x+1}{x^2+x-2} & \text{si } x\prec 1 \\ f(x)=\sqrt{x^2+3}-x & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$

1- a- Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty,-2[$; $]-2,1[$ et $[1,+\infty[$

b-Etudier la continuité de f en 1 à gauche

c-Déduire que f est continue sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

2- Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)$ .Interpréter graphiquement chaque limite.

3- Montrer que l'équation f(x) = 0 a au moins une solution dans l'intervalle [0,2]

Exercice n°3 :

Soit ABC un triangle équilatéral tel que AB =2 et I le milieu du segment [BC]

1- Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

2- Soit f(M) = $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{IA}$

a – Montrer que f(M) = $MA^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

b – Déterminer et construire l'ensemble (C) des points M du plan tel que f (M) =6

3- M est un point de la parallèle à la droite (BC) passant par A a – Montrer que $f(M) = MI^2 - IB^2$

b – Déterminer et construire les points M tel que f(M) = 15

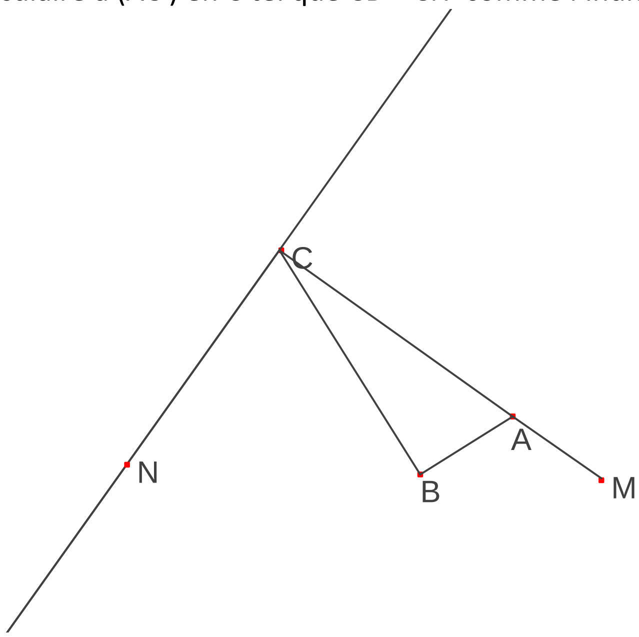
Exercice n°4 :

Dans le plan orienté dans le sens direct ,soient les points A , B , M et C définies par : $\left(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{67\pi}{16}[2\pi]$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BC}}\right) \equiv \frac{53\pi}{16}[2\pi]$

1- a- Déterminer une mesure principale de $\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right)$ et $\left(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BC}\right)$

b-Montrer que le triangle ABC est rectangle en B

2- On suppose que M est un point de la droite (AC) tel que AB =AM et soit N le point de la perpendiculaire à (AC) en C tel que CB = CN comme l'indique la figure suivante ;



a-Déterminer une mesure principale de $\left(\overrightarrow{CN},\overrightarrow{CB}\right)$

b-En déduire une mesure principale de $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BN}\right)$

Montrer alors que les points N , B et M sont alignés.