Devoir de synthèse N°1

Exercice 1 : *Répondre par vrai ou faux*

1) Si f n'est pas définie en a alors f n'admet pas de limite en a .
2) Si f n'est pas continue en a alors f n'admet pas de limite en a.
3) $\sin\frac{4\pi}{3}=\cos\frac{5\pi}{6}$
4) cos(2a)+cos(3a)=cos(5a) ;pour tout $a \in IR$.

Exercice 2: Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases}\frac{2x^2+x-3}{1-x^2} & si\ x<1\\ \frac{2x^2+3}{-2-x} & si\ x\geq 1\end{cases}$

1) Déterminer D_f le domaine de définition de f .
2) a/ f est elle continue à droite en 1 ?

   b/f est elle continue à gauche en 1 ?

   c/f est elle continue en 1 ?
3) Déterminer le domaine de continuité de f
4) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

Exercice 3 : Soit g la fonction définie par : $g(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x^2+3x-3}-x}{x-1} & si\ x\neq 1\\ a & si\ x=1\end{cases}$

1) Déterminer D_g le domaine de définition de g .
2) Déterminer a pour que g soit continue en 1 .
3) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

Exercice 4 :

1) On considère la fonction F définie sur IR par F(x)= 1- cos(2x) + sin(2x) .

   a) Calculer $F(\frac{\pi}{12})$.

   b) Montrer que pour tout réel x ϵ IR on a : F(x) = 2 $\sqrt{2}$ sin x . cos(x - $\frac{\pi}{4}$)

   c) En déduire la valeur de sin($\frac{\pi}{12}$)

   d) Résoudre dans IR puis dans [-π, π] : F(x) = 0 .
2) Soit la fonction G définie sur IR par G(x) = 2sin(x+$\frac{\pi}{4}$). cos(x - $\frac{\pi}{4}$)

   a) Montrer que quelque soit x ϵ IR: G(x)= 1+ sin2x

   b) Résoudre dans [0,2 π] l'inéquation G(x)$\geq \frac{3}{2}$
3) Soit $H(x)=\frac{1+\sin 2x}{1-\cos(2x)+\sin(2x)}$

   a) Déterminer le domaine de définition de H .

   b) Simplifier H(x).

   c) En déduire que cotan($\frac{\pi}{8}$)=1+$\sqrt{2}$.