Exercice n°1 : *(10 points)*

I. Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}\ -\ 2}{x\ -\ 1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Vérifier que pour tout $x\in D_f$, on a : $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}$. En déduire que f est majorée par 1.
3. Calculer $\lim\limits_{1} f$; f est – elle prolongeable par continuité en 1 ? Si oui définir ce prolongement.

II. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-1}{2-x} & si\ x\in\left]-\infty,0\right[\\ x^3+x-\dfrac{3}{2} & si\ x\in\left[0,1\right]\\ \dfrac{\sqrt{x^2+3}\ -\ 2}{x\ -\ 1} & si\ x\in\left]1,+\infty\right[\end{cases}$.

On désigne par $\left(C_g\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Etudier la continuité de g en 0 et en 1.
2. Calculer $\lim\limits_{+\infty} g$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3. a) Montrer que la droite $\Delta: y=-2$ est une asymptote à $\left(C_g\right)$ au voisinage de $-\infty$.
   b) Etudier la position relative de $\left(C_g\right)$ par rapport à Δ sur $\left]-\infty,0\right[$.
4. Montrer que l'équation "$g(x)=0$" admet au moins une solution α dans l'intervalle $\left]0,1\right[$.
5. Calculer $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{g(x)-g(1)}{x-1}$.

Exercice n°2 : *(6.5 points)*

Soit ABC un triangle tel que : AB = 3, AC = 5 et $\hat{A}=\dfrac{2\pi}{3}$. (L'unité des longueurs étant le centimètre).

1. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ et la distance BC.
3. Montrer que $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\dfrac{33}{2}$.
4. Soit G le barycentre des points pondérés (A, 1) ; (B, -1) et (C, 1).
   a) Montrer que ABCG est un parallélogramme. Construire G.
   b) Calculer BG (on pourra écrire $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$).
   c) Montrer que, pour tout point M du plan on a : $MA^2-MB^2+MC^2=MG^2-33$.
   d) En déduire l'ensemble ζ des points M du plan tels que $MA^2-MB^2+MC^2=16$.

Exercice n°3 : *(3.5 points)*

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle, rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}\left[2\pi\right]$.

1. Déterminer la mesure principale de $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC}\right)$.
2. On construit, à l'extérieur de ce triangle, les triangles AIB et AJC rectangles et isocèles en I et J

respectivement.

a) Prouver que A, I et J sont alignés.

b) Montrer que (IJ) // (BC).

c) Montrer que le quadrilatère BIJC et un rectangle.

3. Déterminer et construire l'ensemble ξ des points M du plan tels que : $\left(\overrightarrow{MB},\widehat{\overrightarrow{MC}}\right) \equiv \frac{111\pi}{4}[2\pi]$.