Lycée 07 Nov. 1987 Métlaoui Lycée de Métlaoui *** Profs : YAKOUBI & KHALDI Date : 08/12/2009	DEVOIR DE SYNTHESE N°1 MATHEMATIQUES DUREE 3H CLASSE 3ème SC

Exercice n°1 : (3points)

Q.C.M : ***Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte.***
Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de la réponse vaut 0 point.

1) A et B deux points distincts du plan orienté (P). $(\Gamma)=\left\{M\in(P);\ \left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}\right)\equiv 0[2\pi]\right\}$.

   a) $(\Gamma)=[AB]$ b) $(\Gamma)=(AB)\setminus[AB]$ c) $(\Gamma)=[AB)$

2) $(O,\vec{i},\vec{j})$ étant un repère orthonormé du plan. On donne A(0, –1) B(2,3) et C(1,1) alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ vaut :

   a) 10 b) –10 c) 0

3) Le tableau de variation ci –contre est celui d'une fonction f définie et continue sur [1,4]. L'équation f(x) = 0 admet dans [1,4] exactement :

   a) deux solutions

   b) une solution

   c) trois solutions

x	1		2		3		4
f(x)	2	↘	–3	↗	4	↘	2

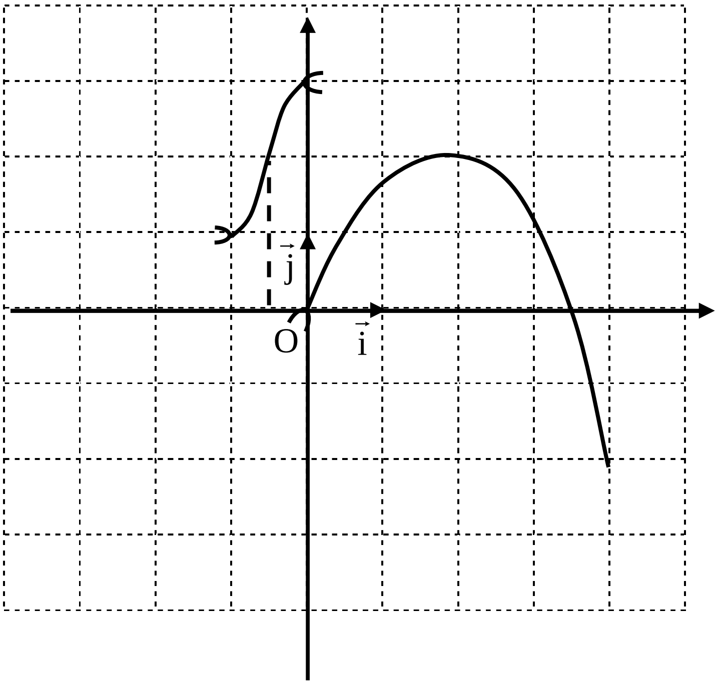
Exercice n°2 : (5points)

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-3x}-2}{x+1} & \text{si } x\in\left]-\infty,-1\right[\\ f(x)=\dfrac{|2x-4|-6x^2}{x^2-6x-7} & \text{si } x\in\left]-1,+\infty\right[\\ f(-1)=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) a) Etudier la continuité de f à gauche en (–1).
   b) Etudier la continuité de f à droite en (–1).
   c) Conclure.

Exercice n°3 : (3,5points)

Le graphique ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.



1) Par une lecture graphique :
   a) Déterminer l'ensemble de définition de f.
   b) Trouver l'ensemble des réels x vérifiant $0 \le f(x) \le 2$.
   c) Déterminer f([2,4]).
2) Répondre par « vrai » ou « faux » en justifiant ta réponse.
   a) F est continue à droite en (–1)
   b) L'équation $f(x) = \frac{3}{2}$ possède exactement 2 solutions dans l'intervalle $\left]0,4\right]$.
3) Soit la fonction g définie par : $\begin{cases} g(x) = f(x) - 3 & \text{si } x \in \left]-1,0\right[\\ g(x) = f(x) & \text{si } x \in \left]0,4\right] \end{cases}$

   La fonction g est elle prolongeable par continuité en 0 ?

Exercice n°4 : (4points)

Le plan est orienté dans le sens direct. On donne un triangle ABC rectangle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. Soit Δ la médiatrice de [BC].

On désigne par I le milieu de [BC] et par D le symétrique de A par rapport à (Δ).
La droite (Δ) coupe [AC] en un point O.

1) a) Déterminer le mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$.
   b) En déduire la mesure principale de $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right)$
2) a) Vérifier que le triangle ABI est équilatéral.
   b) Déterminer la mesure principale de $\left(\overrightarrow{IO},\overrightarrow{IA}\right)$.
3) Montrer que le quadrilatère ABID est un losange.

Exercice n°5 : (4,5points)

Le plan est orienté dans le sens direct. On considère un carré ABCD de côté $a \left(a \in \mathbb{R}_+^*\right)$ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et le point E symétrique de B par rapport à A.

1) a) Calculer EC en fonction de a.
   b) Calculer $\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{EB}$ et en déduire $\cos\left(\widehat{CEB}\right)$.
2) Soit H le projeté orthogonal du point D sur la droite (EC).
   a) Montrer que les points A, E, H et D sont situés sur un même cercle ($\mathscr{C}$) que l'on précisera. Construire ($\mathscr{C}$).
   b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{HE}\right)$.
3) Soit O le centre de ($\mathscr{C}$).
   a) Montrer que la droite (AC) est la tangente à ($\mathscr{C}$) au point A.
   b) Déterminer $\cos\left(\widehat{HAC}\right)$