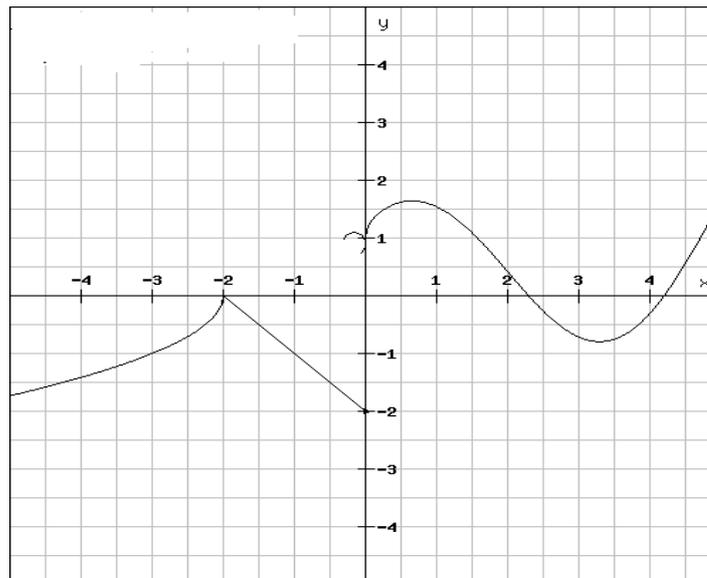


<p>Lycée secondaire K S</p> <p>Prof : A.Kinen</p>	<p>Devoir de synthèse n°1</p> <p>Décembre 2010</p>	<p>3^{eme} sc-exp</p> <p>Durée : 2 heures</p>
---	---	---

Exercice 1 (3 points)

On donne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5,5]$



- I. Choisir la réponse correcte (aucune justification n'est demandée)
- 1) La fonction f définie sur $[-5,5]$.
 - a) Admet un minimum en 0
 - b) Admet un maximum en 1
 - c) N'est pas bornée
 - 2) La fonction f est continue
 - a) à gauche en 0
 - b) à droite en 0
 - c) en 0
 - 3) la fonction f est
 - a) affine par intervalles
 - b) continue sur $[-5,5]$
 - c) bornée sur $[-5,5]$
- II.
- 1) Résoudre graphiquement l'équation $E: f(x) = 1$.
 - 2) Déterminer graphiquement $f(-2)$ et $f(0)$.
 - 3) Déterminer les images par f des intervalles $[-2,0]$ et $[-5,0]$.

Exercice 2 (3 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{5}\right\}$ par $f(x) = \frac{\sqrt{(5x+1)^2}}{5x+1}$

- 1) Calculer la limite de f à gauche en $-\frac{1}{5}$.
- 2) Calculer la limite de f à droite en $-\frac{1}{5}$.
- 3) La fonction f admet-elle une limite en $-\frac{1}{5}$?

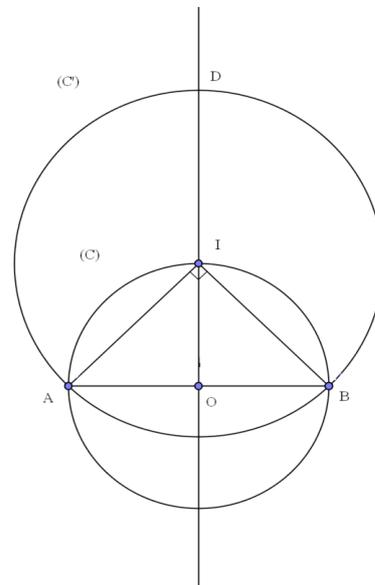
Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $[-2, +\infty[$ par $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ \frac{1}{4} & \text{si } x = 2 \end{cases}$

- 1) Montrer que $f(x) = \frac{1}{2+\sqrt{x+2}}$ pour tout $x \in [-2, +\infty[\setminus \{2\}$.
- 2) Montrer que f est continue sur $[-2, +\infty[$.
- 3) Montrer que f est bornée sur $[-2, +\infty[$.
- 4) Soit g la fonction définie sur $[-2, +\infty[$ par $g: x \mapsto f(x) - x$
Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $[0,1]$.

Exercice 4 (4 points)

Dans la figure ci-contre on a donné un triangle ABI isocèle et rectangle en I de sens direct, $O = A * B$, (C) et (C') sont les cercles passant par A et B et de centres respectifs O et I .



La demi-droite $[OI)$ coupe (C') en D

- 1) a- Montrer que $(\widehat{DA}, \widehat{DB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$
b- Déduire la mesure principale de l'angle $(\widehat{BD}, \widehat{BA})$
- 2) Le segment $[BD]$ coupe (C) en K .
a- Montrer que le triangle AKD est rectangle et isocèle.
b- Déduire que la droite (IK) est la médiatrice du segment $[AD]$.

Exercice 5 (5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en A tels que $AB=4$ et $AC=3$

- 1) Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ puis déduire $\cos(\widehat{BCA})$.
- 2) Soit I le milieu de $[BC]$. Montrer que $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = AI^2 - \frac{CB^2}{4}$ puis déduire que $AI = \frac{5}{2}$.
- 3) On désigne par K le point défini par $3\vec{KA} - 4\vec{KB} = \vec{0}$.
Soit f l'application du plan dans lui même définie par $f(M) = 3MA^2 - 4MB^2$.
a) Calculer AK^2 et BK^2 puis déduire que $f(K) = 192$.
b) Montrer que $f(M) = f(K) - MK^2$.
c) Déduire l'ensemble des points M du plan tels que $f(M) = 128$.