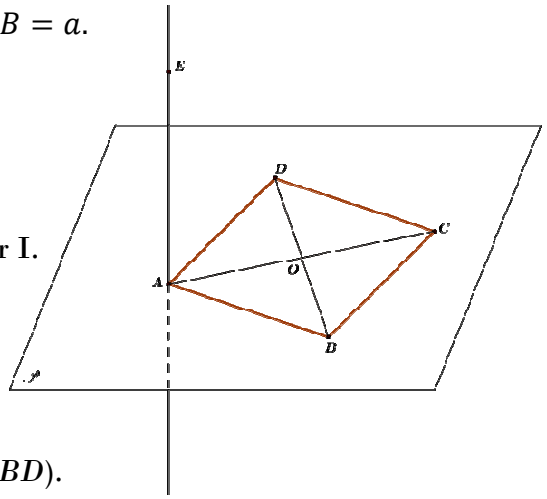
Lycée Pilote 15octobre1963 - Bizerte	Classe :2ème Sciences 6
Prof: Mme Bayoudh	Juin 2014
Devoir de synthèse n°3 en mathématiques	Durée : 2 heures

- ***Exercice 1 : (4 points)***

On considère un carré $ABCD$ de centre O de coté a situé dans un plan $\mathcal{P}$.
Soit E un point de la perpendiculaire à $\mathcal{P}$ en A tel que $AE = AB = a$.



1) a/ Déterminer le plan médiateur du segment $[BD]$.
   b/ En déduire que (BD) et (CE) sont orthogonales.

2) Soit I le milieu de $[EC]$ et Δ la parallèle à (BD) passant par I.
   Montrer Δ est l'axe du cercle circonscrit au triangle AEC.

3) a/ Montrer que le triangle EBD est équilatéral.
   b/ Soit G le centre de gravité du triangle EBD.
   Montrer que la droite (AG) est perpendiculaire au plan (EBD).

- ***Exercice 2 : (7 points)***

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points A(5,0) et B(4,3).

1) Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points $M(x,y)$ tes que $\boldsymbol{x^2+y^2-6x-2y+5=0}$

a/ Montrer que $\mathscr{C}$ est un cercle, préciser son centre I et son rayon R.
b/ Vérifier que les points A et B appartiennent à $\mathscr{C}$.
En déduire une équation cartésienne de la médiatrice Δ du segment $[AB]$.

2) a/ Ecrire une équation du cercle Γ de centre A passant par B.
   b/ Déterminer les coordonnées du points C, deuxième point d'intersection de Γ et $\mathscr{C}$.
   c/ Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en A.

3) Soit $D_m: mx-y+2-6m=0$ où $m \in IR$.
   a/ Montrer que D_0 et Δ sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection F.
   b/ Montrer que toutes les droites D_m sont concourantes en F.

4) a/ Vérifier que : $d(I,D_m)=\frac{|1-3m|}{\sqrt{1+m^2}}$
   b/ En déduire les équations des tangentes au cercle $\mathscr{C}$ issues du point F.

http://mathematiques.kooli.me/

- ***Exercice 3 :*** ***(9 points)***

Soit f la fonction définie par $\boldsymbol{f(x) = \frac{2x-4}{x-1}}$

$\mathcal{H}$ désigne sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) a/ Préciser l'ensemble de définition de f, le centre de l'hyperbole $\mathcal{H}$ et les équations des asymptotes.
   b/ Tracer l'hyperbole $\mathcal{H}$.

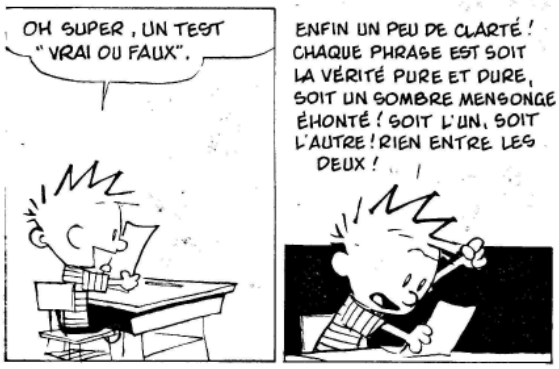
2) Soit la droite $\boldsymbol{D: y = \frac{x-1}{2}}$
   a/ Montrer que D coupe $\mathcal{H}$ en un seul point E que l'on précisera.
   b/ Tracer la droite D.

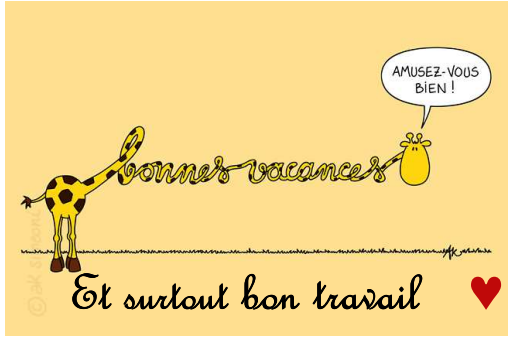
3) Soit la fonction g définie par $\boldsymbol{g(x) = -x^2 + 4}$.
   Soit $\mathcal{P}$ sa courbe représentative dans le même repère.
   a/ Montrer que $\mathcal{P}$ et $\mathcal{K}$ se coupent en trois points A, B et C dont on précisera les coordonnées.
   b/ Tracer $\mathcal{P}$ dans le même repère.
   c/ Résoudre graphiquement l'inéquation $\boldsymbol{\frac{2x-4}{x-1} + x^2 \geq 4}$

4) Soit $\boldsymbol{\Delta_m: y = mx + 5}$ où $m \in IR$.
   a/ Déterminer m pour que Δ_m soit perpendiculaire à D.
   b/ Pour la valeur de m trouvée ; montrer que Δ_m coupe $\mathcal{P}$ en un seul point F que l'on précisera.

5) On considère la fonction h définie par $\boldsymbol{h(x) = \frac{4-2x}{|x-1|}}$.

Soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.
   a/ Ecrire $h(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
   b/ Tracer la courbe $\mathcal{C}$ à l'aide de $\mathcal{K}$ dans le même repère.
   Préciser les asymptotes à la courbe $\mathcal{C}$.
   c/ Décrire les variations de la fonction h à l'aide du graphique.
   d/ Discuter selon le paramètre réel k le nombre de solutions de l'équation $h(x) = k$





http://mathematiques.kooli.me/